

2012 · UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBA

Gizarte zientziei aplikaturiko matematika II

- BATXILERGOA
- LANBIDE HEZIKETA
- GOI MAILAKO HEZIKETA-ZIKLOAK

Azterketa

Kalifikazio eta zuzenketa irizpideak



EUSKAMPUS
Nazioarteko Bikaintasun Campus
Campus de Excelencia Internacional

en la red de



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

2012ko EKAINA

GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

JUNIO 2012

MATEMÁTICAS APLICADAS A
LAS CIENCIAS SOCIALES II

Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu. Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jarri behar duzula.

- Kalkulagailu zientifikoaren erabilera onartuta dago, programagarriak ez badira.
- Orri honen atzeko partean banaketa normalaren taula dago.

Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas. No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

2012ko EKAINA

GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD

JUNIO 2012

MATEMÁTICAS APLICADAS A
LAS CIENCIAS SOCIALES II

A AUKERA

A1 (3 punturaino)

- (a) Egin inekuazio hauek mugatzen duten planoaren eremuaren adierazpen grafikoa:

$$x \geq 0, y \geq 0, x + 2y \leq 20, 3x + 2y \leq 30, x + y \geq 5$$

- (b) Aurkitu $F(x, y) = x + 3y$ funtzioaren balio maximoa eta minimoa eremu horretan eta balio horiek zein puntutan lortzen diren.

A2 (3 punturaino)

- (a) Aurkitu p eta q parametroen balioak $f(x) = x^2 + px + q$ funtzioak $x = 3$ puntuan minimo bat izan dezan eta $(-1, 12)$ puntutik igaro dadin.
- (b) Egin $f(x)$ funtzioaren adierazpen grafikoa, eta aurkitu horren grafikoak eta OX ardatzak mugatutako eskualde finituaren azalera.

A3 (2 punturaino)

Ospitale batean, larrialdietara doazen gaixoak bi talde bateraezinetan sailkatzen dira: batetik, traumatologia; bestetik, izaera orokorreko gaixotasunak. Badakigu gaixo guztien % 20 traumatologiakoak direla; eta badakigu, halaber, izaera orokorreko gaixotasunen taldeko gaixoen % 40 eta traumatologiakoen % 65 ospitaleratzen direla; gainerakoei, ospitaleratu gabe, alta ematen zaie.

- (a) Ospitaleko larrialdietara joan den pertsona bat zoriz aukeratuz gero, zer probabilitate du ospitaleratua izateko?
- (b) Larrialdietatik igarotako pertsona bat ospitaleratua izan baldin bada, zer probabilitate du izaera orokorreko jatorrikoa izateko?

A4 (2 punturaino)

Osasun-zentro batean, itxaronaldiaren denborak batezbesteko ezezaguneko eta 10 minutuko desbideratze tipikoko banaketa normala jarraitzen du. Osasun-zentro horretako 144 gaixoko zorizko lagin bat aukeraturik, haren itxaronaldiaren batezbestekoa 20 minutu da. Kalkulatu % 95eko eta % 99ko konfiantza-tarteak populazioaren batezbestekorako.



Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
PROBAK

2012ko EKAINA

GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD

JUNIO 2012

MATEMÁTICAS APLICADAS A
LAS CIENCIAS SOCIALES II

B AUKERA

B1 (3 punturaino)

Izan bitez A eta B matrize hauek:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \text{ eta } B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Aurkitu $BX = A + B$ berdintza beteko duen X matrizea.
(b) Kalkulatu AXA^T matrizea (A^T matrizea A matrizearen iraulia da).

B2 (3 punturaino)

Tablet baten salmenta-prezioa $p = 110$ €/ale da. Arrazoi teknikoak direla medio, ezin da hilean 2.500 tablet baino gehiago ekoitzi. Hileko x aleak ekoizteko kostua honako funtzio honek adierazten du:

$$C(x) = \frac{1}{10}x^2 - 100x + 20000, \quad C(x) \text{ eurotan adierazia}$$

- (a) Irabazia hau da: ekoiztako x aleak saltzean lortutako diru-sarreraren eta haien ekoizpen-kostuaren arteko diferentzia. Hori jakinda, kalkulatu zenbat tablet ekoitzi behar diren irabazia maximoa izan dadin. Zenbat da irabazi maximo hori?
(b) Marraztu irabaziaren funtzioaren grafikoaren zirriborro bat. Hilean zenbat tablet saldu behar dira, gutxienez, galerarik ez izateko? Zein da hil batean gerta daitekeen galerarik handiena?

B3 (2 punturaino)

Hiri bateko metroa, trena edo autobusa garaiz heltzeko probabilitateak 0,9, 0,8 eta 0,6 dira, hurrenez hurren. Bidaia batean hiru garraiobideak batera abiatzen badira, kalkulatu garaiz heltzeko probabilitatea kasu hauetan:

- (a) Hiru garraiobideak
(b) Hiruretatik bakar bat
(c) Hiruretatik bat ere ez
(d) Gutxienez, hiruretatik bi

B4 (2 punturaino)

Test batean lortutako puntuazioek banaketa normala dute; batezbestekoa 76 da, eta desbideratze tipikoa 15.

Kalkulatu zer puntuazioren azpitik egongo diren emaitzarik txarrenen % 10 eta zer puntuazioren gaitetik egongo diren emaitzarik onenen % 15.



CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

Puntuazio-sistema

Probaren puntuazioa guztira 0 eta 10 puntu bitartekoa izango da.

Lehenengo bi problemak 0 eta 3 puntu artean baloratuko dira, eta azken biak 0 eta 2 puntu artean.

Problema batean zenbait atal badaude, atal guztiak berdinean baloratuko dira.

Galdera batean erabili beharreko ebazpen-metodoa zehazten ez bada, galdera hori modu egokian ebatzen duen edozein bide onartuko da.

Balorazio positiboa merezi duten faktoreak

- Planteamendu zuzenak.
- Kontzeptuak, hiztegia eta notazio zientifikoa zuzen erabiltzea.
- Zenbakizko datuak eta datu grafikoak interpretatzeko edo/eta kalkulatzeko erabiltzen diren teknika espezifikoak ezagutzea.
- Problema osorik bukatzea eta emaitzaren zehaztasuna.
- Bi emaitza soilik zenbakizko kalkuluetan erabilitako zehaztasun-mailan desberdintzen badira, biak ontzat emango dira.
- Ariketa ebatztean egindako pausoen azalpen argia.
- Aurkezpenaren txukuntasuna, bai eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek beharko lukeen heldutasuna erakusten duen beste edozein alderdi.

Balorazio negatiboa merezi duten faktoreak

- Planteamendu okerrak.
- Kontzeptuen nahasketa.
- Kalkulu-akatsen ugaritasuna (oinarrizko gabezien adierazle delako).
- Akats bakanak, hauek hausnarketa kritiko edo sen on falta erakusten dutenean (adibidez, problema baten soluzioa $-3,7$ hozkailu dela esatea, edo probabilitate baten balioa $2,5$ dela).
- Akats bakanak, hauen ondorioz ebatzitako problema hasieran proposatutakoa baino errazagoa bilakatzen denean.
- Azalpen eza, bereziki, erabiltzen ari den aldagaien esanahiarena.
- Akats ortografiko larriak, desordena, garbitasun falta, idazkera okerra, eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek izan beharko ez lukeen edozein alderdi desegoki.

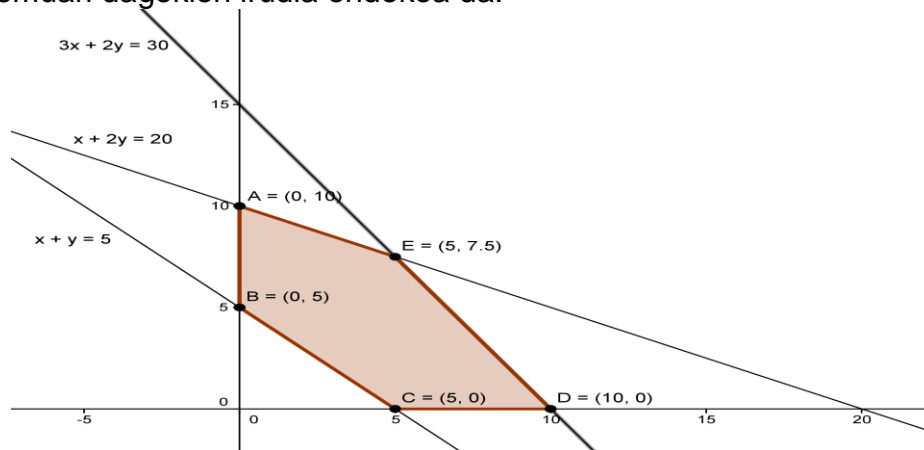
**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

EBAZPENAK

A AUKERA

A 1 (*Programazio linealeko problema baten ebazpena*)

(a) Eremuari dagokion irudia ondokoa da:



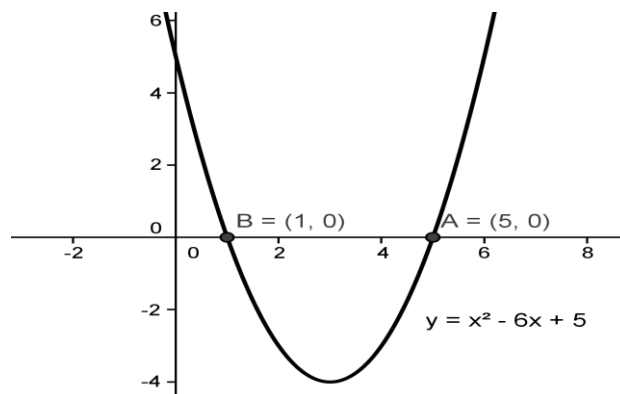
(b) $F(x, y) = x + 3y$ funtzioaren balio maximo eta minimoa hauexek ditugu: Balio maximoa 30 da eta A (0, 10) puntuan iristen da. Balio minimoa 5 da eta C (5, 0) puntuan iristen da.

A 2 (*Funtzio baten parametroak eta azalera bat kalkulatzeko ariketa*)

(a) Kurbaren ekuazioa $y = x^2 + px + q$, $\begin{cases} y(-1) = 1 + 6 + q = 12 \\ y'(3) = 6 + p = 0 \end{cases}$

Aurreko sistematik p eta q -ren balioak ateratzen dira: $p = -6$ eta $q = 5$; horrela, $y = x^2 - 6x + 5$

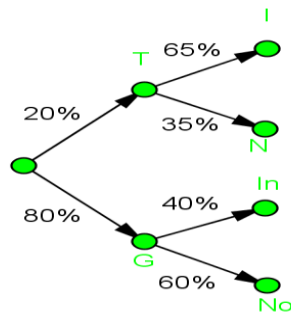
(b) OX ardatzarekiko ebaki-puntuak (1, 0) eta (5, 0) dira.



$$A = \left| \int_1^5 (x^2 - 6x + 5) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x \right) \Big|_1^5 \right| = \frac{32}{3}$$

A 3 (*Zenbait probabilitateren kalkulua zuhaitz-diagramaren bidez eta probabilitate baldintzatua erabiliz ebazten den ariketa*)

CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK



$$a) p(I) = 0,2 \cdot 0,65 + 0,8 \cdot 0,4 = 0,45$$

$$b) p(G/I) = \frac{p(G \cap I)}{p(I)} = \frac{0,8 \cdot 0,4}{0,45} = 0,71$$

A 4 (Populazio baten batezbestekoaren konfiantza-tartearen kalkulua. Formula egokia ezagutu eta modu zuzenean erabiltzea besterik ez da behar)

$N(\mu, \sigma=10 \text{ min.}), n = 144, \bar{x} = 20'$

$$\%95\text{eko konfiantza-tartea, } \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 20 \pm 1,96 \cdot \frac{10}{12} = (18,37; 21,63)$$

$$\%99\text{ko konfiantza-tartea, } \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 20 \pm 2,58 \cdot \frac{10}{12} = (17,85; 22,15)$$



**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

B AUKERA

B 1 (Kalkulu matrizialaren ariketa)

(a) Aurkitu X matrizea $BX = A + B$ berdintza betetzeko

$$B \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}; X = B^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -5 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -5 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

(b) Kalkulatu AXA^T matrizea

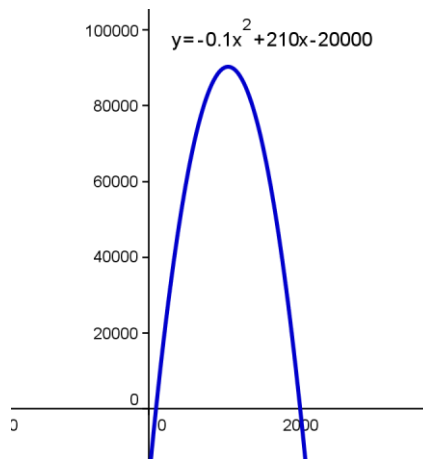
$$AXA^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 15 \\ -20 & -15 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 & -60 \\ -50 & 75 \end{pmatrix}$$

B 2 (Deribatua bidezko maximo bat kalkulatzeko ariketa. Funtzio baten grafikaren zirriborroa eta interpretazioa)

$$B(x) = 110x - C(x) = 110x - \left(\frac{1}{10}x^2 - 100x + 20000\right) = 210x - \frac{1}{10}x^2 - 20000$$

$$B'(x) = -\frac{2}{10}x + 210 = 0 \Rightarrow \frac{2}{10}x = 210 \Rightarrow x = 1050 \text{ ale/hileko}$$

$$B''(x) = -\frac{2}{10} \Rightarrow \text{Maximoa (x=1050, B=90250€)}$$



OXarekiko ebaki-puntuak

$$\begin{cases} B(x) = -\frac{1}{10}x^2 + 210x - 20000 & x = 100 \quad x = 2000 \\ y = 0 \end{cases}$$

Galerak $x=0$ rako $B(0) = -20000€$; $x=2500$ rako $B(2500) = -120000€$

B 3 (Probabilitate independenteen kalkuluaren ariketa)

(a) $p(M \cap T \cap A) = 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,6 = 0,432$

(b) $p(M \cap \bar{T} \cap \bar{A} \cap \bar{M} \cap T \cap \bar{A} \cap \bar{M} \cap \bar{T} \cap A) = 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,4 + 0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,4 + 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,6 = 0,116$

(c) $p(\bar{M} \cap \bar{T} \cap \bar{A}) = 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,4 = 0,008$

(d) $P(\text{gutxienez bi}) = 1 - p(\text{bat ere ez edo bat bakarrik}) = 1 - (0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,4 + 0,116) = 1 - 0,124 = 0,876$



CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

B 4 (*Ariketaren helburua: Banaketa normalen ulermena eta erabilpena bi kasutan, estandarizazioa eta kurba normal estandarraren taula erabiliz*)

$N(\mu=76, \sigma=15)$

$p(x \leq x_0) = 0,1$; t parametroaren balioa aurkitu behar da $p(Z \leq (t - 76)/15) = 0,9$ izateko, Z normal estandarra izanik. Taula begiratzuz $(t - 76)/15 \approx 1,28$ lortzen da, beraz, $t \approx 95,2$; kurba batezbestekoarekiko simetrikoa denez $x_0 \approx 56,8$ da, eta puntuazioak osoak badira balioa 56 da.