

2012 · UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBA

Gizarte zientziei aplikaturiko matematika II

- BATXILERGOA
- LANBIDE HEZIKETA
- GOI MAILAKO HEZIKETA-ZIKLOAK

Azterketa

Kalifikazio eta zuzenketa irizpideak



EUSKAMPUS
Nazioarteko Bikaintasun Campus
Campus de Excelencia Internacional

en la red de



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

2012ko UZTAILA

GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

JULIO 2012

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu. Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.

- Kalkulagailu zientifikoaren erabilera onartuta dago, programagarria izan ezik.
- Orri honen atzeko partean banaketa normalaren taula dago.

Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas. No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

2012ko UZTAILA

GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

JULIO 2012

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

A AUKERA

A1 (3 punturaino)

(a) Egin inekuazio hauek mugatzen duten planoaren eremuaren adierazpen grafikoa:

$$x \geq 0, 1 \leq y \leq 3, 2x + y \leq 9$$

(b) Aurkitu $F(x, y) = -x + 4y$ eta $G(x, y) = 2x + y$ funtzioen balio maximoak eremu horretan, eta balio horiek zein puntuan lortzen diren.

A2 (3 punturaino)

Erretzaile batek hilean tabakoan gastatzen duena bere soldataren mende dago, eta honako funtzio honen arabera adierazten da:

$$G(x) = \frac{400x}{x^2 + 4}$$

x = soldata (mila eurokotan), $G(x)$ = hileko tabako-gastua (eurotan)

- (a) Kalkulatu zer balio izan behar duen soldatak tabakoan gastaturikoa maximoa izan dadin. Zenbat izango da gastu hori?
- (b) Zirriborratu funtzioaren grafikoa. Zer soldatatarako da hileko tabako-gastua 60 € baino txikiagoa?

A3 (2 punturaino)

Dado trukatu batean 1 lortzeko probabilitatea beste edozein zenbaki lortzeko probabilitatearen bikoitza da.

(a) Kalkulatu oinarrizko gertaeren probabilitateak.

Dadoa 4 aldiz jaurtitzen bada, zer probabilitate dago hau lortzeko?:

- (b) Lau bateko
- (c) Batekorik ez
- (d) Gutxienez bosteko bat

A4 (2 punturaino)

Marka baten pneumatikoen iraupenak (kilometrotan) batezbesteko ezezaguna eta desbideratze tipikoa 10.000 km dituen banaketa normala jarraitzen du. Marka horren 120 pneumatikoko lagin bat aukeratu da, eta haren batezbestekoa 54.500 km da. Kalkulatu % 95eko eta % 99ko konfiantza-mailako tartek populazioaren batezbestekorako.



B AUKERA

B1 (3 punturaino)

(a) Izan bitez $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ matrizea eta $A^2 - xA - yI = O$ ekuazioa, non I baita

2 ordenako unitate-matrizea eta non O baita ordena bereko matrize nulua. Kalkulatu x eta y -ren zer baliotarako betetzen den ekuazioa.

(b) Aurkitu X matrizea berdintza hau bete dadin:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} + \frac{3}{2}X = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 0 & 7 & 8 \end{pmatrix} + 2X$$

B2 (3 punturaino)

(a) Izan bedi ekuazio hau duen kurba: $y = ax^3 + bx^2 + c$. Kalkulatu a , b eta c parametroen balioak, kurba $(0, 0)$ puntutik igaro dadin eta $(2, 8)$ puntuan maximo erlatibo bat izan dezan. Aurkitu funtzioaren beste mutur-puntuak, baldin badaude, eta adierazi maximoak ala minimoak diren.

(b) Izan bedi $y = 6x^2 - 3x^3$ ekuazioa duen kurba; aurkitu kurba horren eta OX ardatzaren arteko ebaki-puntuak, eta kalkulatu kurbak eta OX ardatzak mugatutako eskualdearen azalera.

B3 (2 punturaino)

Unibertsitate batean, 1,95 m baino altuagoak dira gizonezkoen % 4 eta emakumezkoen % 1. Unibertsitate horretako ikasle guztien % 60 emakumezkoak dira. Ikasle bat zoriz aukeratuz gero, kalkulatu:

(a) 1,95 m baino altuagoa izateko probabilitatea.

(b) Aukeratutako ikaslea 1,95 m baino altuagoa bada, kalkulatu zer probabilitate dagoen emakumezkoa izateko.

B4 (2 punturaino)

Telebistak ekoizten dituen konpainia ezagun batek baieztatzen duenaren arabera, beren telebistek, konponketarik egin gabe, batez beste 9 urte irauten dute, eta iraupenak desbideratze tipikoa 1,2 urte duen banaketa normal bati jarraitzen dio.

(a) Kalkulatu zer probabilitate dagoen telebista-aparatu batek 8 eta 11 urte bitartean iraun dezan.

(b) Fabrikatzaileak 5,5 urtez bermatzen du telebisten funtzionamendu ona. Bermealdi hori telebisten zer portzentajek ez betetzea espero da?



CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

Puntuazio-sistema

Probaren puntuazioa guztira 0 eta 10 puntu bitartekoa izango da.

Lehenengo bi problemak 0 eta 3 puntu artean baloratuko dira, eta azken biak 0 eta 2 puntu artean.

Problema batean zenbait atal badaude, atal guztiak berdinean baloratuko dira.

Galdera batean erabili beharreko ebazpen-metodoa zehazten ez bada, galdera hori modu egokian ebatzen duen edozein bide onartuko da.

Balorazio positiboa merezi duten faktoreak

- Planteamendu zuzenak.
- Kontzeptuak, hiztegia eta notazio zientifikoa zuzen erabiltzea.
- Zenbakizko datuak eta datu grafikoak interpretatzeko edo/eta kalkulatzeko erabiltzen diren teknika espezifikoak ezagutzea.
- Problema osorik bukatzea eta emaitzaren zehaztasuna.
- Bi emaitza soilik zenbakizko kalkuluetan erabilitako zehaztasun-mailan desberdintzen badira, biak ontzat emango dira.
- Ariketa ebatztean egindako pausoen azalpen argia.
- Aurkezpenaren txukuntasuna, bai eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek beharko lukeen heldutasuna erakusten duen beste edozein alderdi.

Balorazio negatiboa merezi duten faktoreak

- Planteamendu okerrak.
- Kontzeptuen nahasketa.
- Kalkulu-akatsen ugaritasuna (oinarrizko gabezien adierazle delako).
- Akats bakanak, hauek hausnarketa kritiko edo sen on falta erakusten dutenean (adibidez, problema baten soluzioa $-3,7$ hozkailu dela esatea, edo probabilitate baten balioa $2,5$ dela).
- Akats bakanak, hauen ondorioz ebatzitako problema hasieran proposatutakoa baino errazagoa bilakatzen denean.
- Azalpen eza, bereziki, erabiltzen ari den aldagaien esanahiarena.
- Akats ortografiko larriak, desordena, garbitasun falta, idazkera okerra, eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek izan beharko ez lukeen edozein alderdi desegoki.



**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

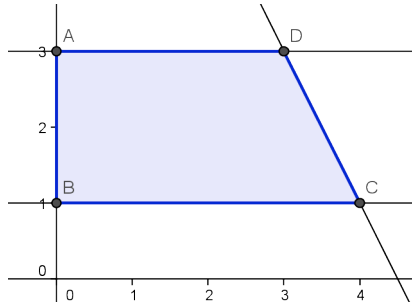
EBAZPENAK

A AUKERA

A 1 (Programazio linealeko problema baten ebazpena)

(a) Eremuari dagokion irudia ondokoa da

$$x \geq 0, 1 \leq y \leq 3, 2x + y \leq 9$$



(b) $F(x, y) = -x + 4y$ eta $G(x, y) = 2x + y$ funtzioen balio maximoak

Max $F(x, y) = 12$ A(0,3) puntuan

Max $G(x, y) = 9$ C(4,1) eta D(3,3) puntuetan eta beraz, CD zuzenki osoan

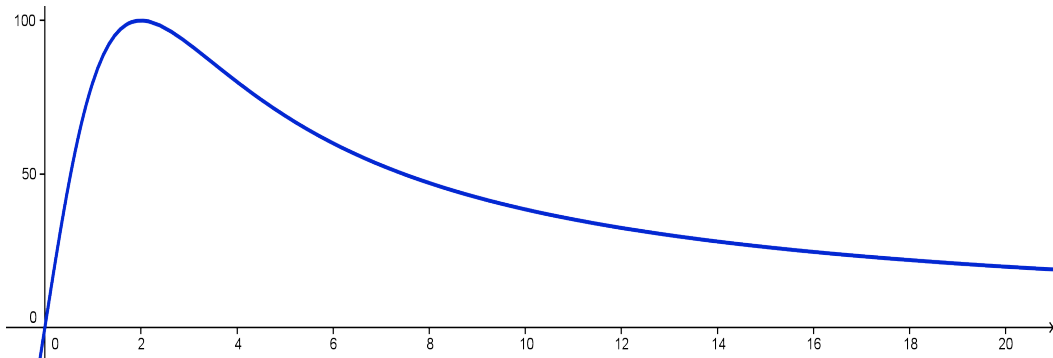
A 2 (Deribatuaren bidezko maximo bat kakulatzeko ariketa. Funtzio baten grafikaren zirriborria eta interpretazioa)

(a) $G(x) = \frac{400x}{x^2 + 4}$, x = soldata (milako eurotan), $G(x)$ = hileko gastua (eurotan)

$$G'(x) = \frac{-400x^2 + 1600}{(x^2 + 4)^2} = 0 \Rightarrow x = \pm 2, x = -2 \text{ baztertzen da}$$

$G''(2) < 0$, maximoa ($x = 2, G = 100\text{€}$)

(b) Funtzioaren zirriborria



Funtzioaren grafikaren zirriborria balio-taularen bidez egin daiteke (bide batez beste galderari erantzuteko baliagarri izan daiteke)

x	0	1	2	4	6	7	10
G(x)	0	80	100	80	60	52.8	38,46

$$\frac{400x}{x^2 + 4} < 60 \Rightarrow 0 < 60x^2 - 400x + 240 \Rightarrow 0 < x^2 - 8x + 4, \text{ inekuazioa betetzen da}$$

baldin eta: $x < \frac{2}{3}$ edo $x > 6$



CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

A 3 (Probabilitateen ariketa)

$$(a) E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad p(1) = \frac{2}{7}, p(2) = \dots p(6) = \frac{1}{7}$$

$$(b) p(1111) = \left(\frac{2}{7}\right)^4 = \frac{16}{2401} = 0,00666$$

$$(c) p(\text{batekorik ez}) = \frac{(5)^4}{(7)^4} = \frac{625}{2401} = 0,26$$

$$(d) p(\text{gutxienez bosteko bat}) = 1 - p(\text{bostekorik ez}) = 1 - \frac{(6)^4}{(7)^4} = 1 - \frac{1296}{2401} = 1 - 0,5397 = 0,4602$$

A 4 (Populazio baten batezbestekoaren konfiantza-tartearen kalkulua. Formula egokia ezagutu eta modu zuzenean erabiltzea besterik ez da behar)

$N(\mu, \sigma=10000 \text{ km}), n = 120, \bar{x} = 54500 \text{ km}$

$$\%95\text{eko tarte}, \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 54500 \pm 1,96 \cdot \frac{10000}{\sqrt{120}} = (52710,78; 56289,23)$$

$$\%99\text{ko tarte}, \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 54500 \pm 2,58 \cdot \frac{10000}{\sqrt{120}} = (52144,8; 56855,2)$$

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 20 \pm 2,58 \cdot \frac{10}{12} = (17,85; 22,15)$$



**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

B AUKERA

B 1 (Kalkulu matrizialaren ariketa)

$$(a) A^2 - xA - yI = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} - x \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} - y \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad x = 3 \quad y = -6$$

$$(b) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} + \frac{3}{2}X = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 0 & 7 & 8 \end{pmatrix} + 2X. \quad X = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 16 \\ 0 & -16 & -12 \end{pmatrix}$$

B 2 (Funtzio baten parametroak eta azalera bat kalkulatzeko ariketa)

(a) $y = ax^3 + bx^2 + c$. (0, 0) puntutik igarotzen denez, $c = 0$; (2, 8) maximoa da
 $y' = 3ax^2 + 2bx$

$$\begin{cases} 8a + 4b = 8 \\ 12a + 4b = 0 \end{cases}, \text{ hemendik: } a = -2 \quad b = 6$$

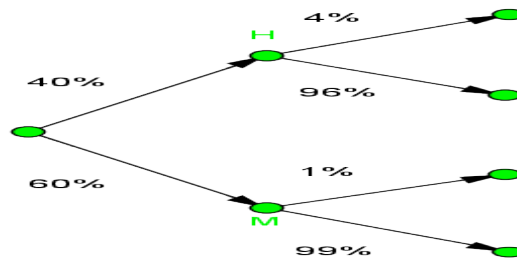
$$y = -2x^3 + 6x^2 \quad y' = -6x^2 + 12x \quad y'' = -12x + 12$$

$$-6x^2 + 12x = 0, \quad x = 0 \quad x = 2; \quad (x=0, y=0) \text{ minimoa dago, } y''(0) = 12 > 0$$

(b) $y = 6x^2 - 3x^3$, Cortes con OX $6x^2 - 3x^3 = 0, \quad x = 0 \quad x = 2$

$$A = \int_0^2 (6x^2 - 3x^3) dx = 4$$

B 3 (Zenbait probabilitateren kalkulua zuhaitz-diagramaren bidez eta probabilitate baldintzatua erabiliz ebazten den ariketa)



$$(a) P(>1,95) = 0,4 \cdot 0,04 + 0,6 \cdot 0,01 = 0,022$$

$$(b) p(M / >1,95) = \frac{p(M \cap >1,95)}{p(>1,95)} = \frac{0,6 \cdot 0,01}{0,022} = \frac{3}{11} = 0,2727$$

B 4 (Ariketaren helburua: Banaketa normalen ulermena eta erabilpena bi kasutan, estandarizazioa eta kurba normal estandarraren taula erabiliz)

$N(\mu=9, \sigma=1,2)$

$$(a) p(8 \leq x \leq 11) = p(-0.833 \leq t \leq 1.666) = 0,7482 \approx 75\%$$

$$(b) p(x \leq 5.5) = p(t \leq -2.91) = 0.0018 = \frac{18}{10000} = 0.18\%$$