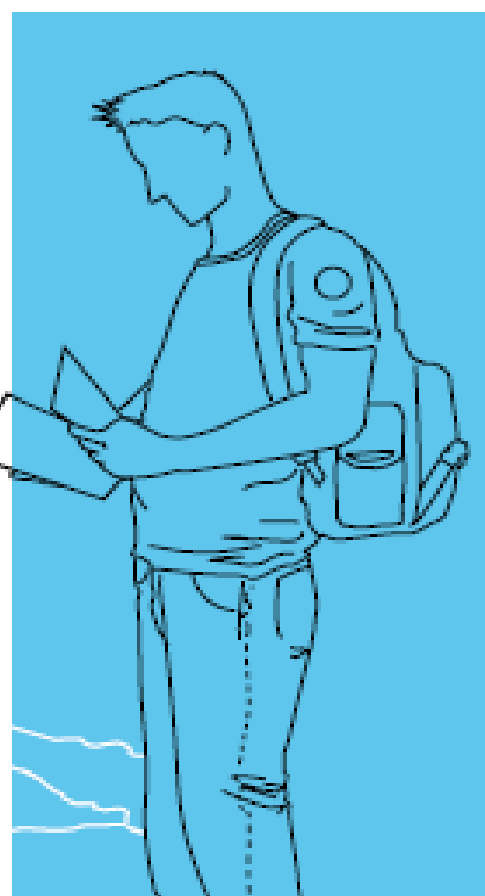
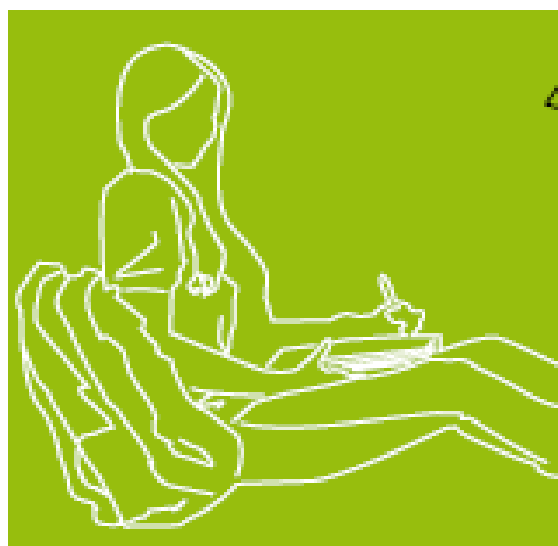
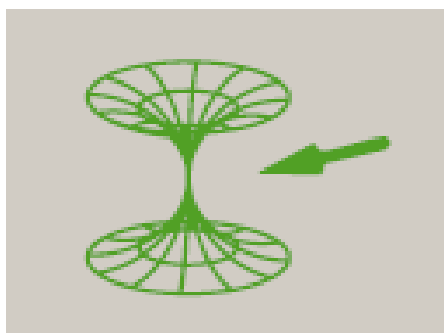
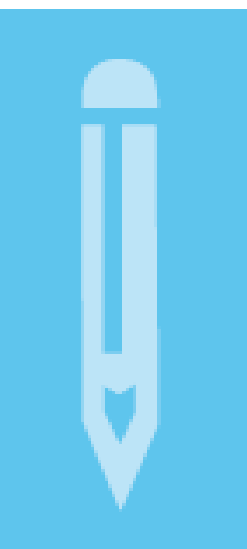


# Gizarte zientziei aplikaturiko matematika II

- BATXILERGOA
- LANBIDE HEZIKETA
- GOI MAILAKO HEZIKETA-ZIKLOAK

Azterketa

Kalifikazio eta zuzenketa irizpideak



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

NAZIOARTEKO  
BIKAINASUN  
CAMPUSA

CAMPUS DE  
EXCELENCIA  
INTERNACIONAL



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO  
PROBAK

2013ko EKAINA

GIZARTE ZIENTZIEI  
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA  
UNIVERSIDAD

JUNIO 2013

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS  
CIENCIAS SOCIALES II

***Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.***

***Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.***

- Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, programagarriak ez badira.
- Orri honen atzeko partean banaketa normalaren taula dago.

***Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.***

***No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.***

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.





## A AUKERA

### A 1 (3 punturaino)

- (a) Egin ezazu inekuazio hauek mugatzen duten planoaren eremuaren adierazpen grafikoa:

$$3 \leq x \leq 20, y \leq 10; x + y \geq 6, -x + 15y \geq 10$$

- (b) Aurkitu itzazu  $F(x, y) = 2x + 3y$ ,  $G(x, y) = x + y$  funtzioen balio minimoak eremu horretan, eta balio horiek zer puntutan lortzen diren.

### A 2 (3 punturaino)

Futbol-klub bateko bazkide kopuruak funtzio honek definituriko ereduari jarraitzen dio:

$$y = x^3 - 72x^2 + 1296x + 1000, 0 \leq x \leq 60$$

$x$  = kluba fundatu zenetik igarotako **hilabete** kopurua,  $y$  = **bazkide** kopurua.

- (a) Zenbat bazkide zituen klubak fundatu zen unean? Zenbat zituen urte erdia igarotakoan? Eta urtebete igarotakoan? Zenbat bazkide zituen 60 hilabeteak igarotakoan?
- (b) Kalkulatu itzazu, baldin badaude, funtzioaren maximo eta minimo erlatiboak. Zenbat bazkideri dagozkie?
- (c) Zirriborratu ezazu funtzioaren grafikoa, eta egin ezazu iruzkin bat bazkide-kopuruak eduki duen bilakaerari buruz.

### A 3 (2 punturaino)

Unibertsitate batean, % 80 emakumeak dira. Haien artean, % 60 autobusez joaten dira unibertsitatera, eta, gainerakoak, beste garraio bideren baten bidez. Gizonen artean, erdiak autobusez joaten dira.

- (a) Zoriz unibertsitateko pertsona bat aukeratuz gero, zein da emakumea izateko eta unibertsitatera autobusez joateko probabilitatea?
- (b) Unibertsitateko pertsona bat aukeratu eta autobusez joaten ez dela jakinda, zer probabilitate dago pertsona hori gizona izateko?

### A 4 (2 punturaino)

Autobide bateko erabiltzaileek hilean egindako bidaiak kopuruak batezbesteko ezezaguna eta 6 bidaiako desbideratze tipikoa dituen banaketa normal bati jarraitzen dio. Autobide horren 576 erabiltzaileko zorizko lagin bat aukeratuta, laginaren hileko bidaiak kopuruaren batezbestekoa 12 bidaiak da. Kalkulatu itzazu % 95eko eta % 99ko konfiantza-tarteak populazioaren batezbestekorako.



## B AUKERA

### B 1 (3 punturaino)

(a) Izan bitez  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$  matrizea eta  $2A^2 + xA - yI = O$  ekuazioa, non  $I$  baita

2 ordenako unitate-matrizea eta  $O$  baita ordena bereko matrize nulua.

Kalkula itzazu  $x$  eta  $y$ -ren balioak ekuazioa betetzeko.

(b) Aurkitu ezazu  $A + 2X = 3A^T$  matrize-berdintza beteko duen  $X$  matrizea ( $A^T$  matrizea  $A$  matrizearen iraulia da).

### B 2 (3 punturaino)

(a) Aurkitu itzazu  $p$  eta  $q$  parametroen balioak  $y = x^3 + px + q$  ekuazioa duen kurbak  $x = 1$  puntuan minimo erlatibo bat izan dezan eta  $(-2, 0)$  puntutik igaro dadin. Aurkitu itzazu, baldin badaude, funtzioaren beste mutur-puntuak, eta esan ezazu maximoak edo minimoak diren.

(b) Zirriborratu ezazu aurreko funtzioaren grafikoa, eta aurkitu ezazu funtzio horrek eta OX ardatzak mugatutako eskualde finituaren azalera.

### B 3 (2 punturaino)

Kutxa batean hiru bola zuri eta sei bola beltz daude. Jarraian bi bola ateratzen badira (lehenengo bola kutxara itzuli gabe), kalkulatu probabilitate hauek:

- (a) Ateratako bi bolak beltzak izatea.
- (b) Ateratako bi bolak zuriak izatea.
- (c) Lehenengo bola zuria izatea, eta bigarrena beltza.
- (d) Boletako bat zuria izatea, eta bestea beltza.

### B 4 (2 punturaino)

Bizilekutik UPV/EHUko Leioako campusera joateko denborak 45 minutuko batezbestekoa eta 15 minutuko desbideratze tipikoa dituen banaketa normal bati jarraitzen dio. Kalkulatu probabilitate hauek, eta adierazi emaitzak ehunekotan:

- (a) Joateko denbora ordubete baino gutxiago izateko probabilitatea.
- (b) Joateko denbora 30 eta 45 minutu artean egoteko probabilitatea.
- (c) Joateko denbora 20 minutu baino gutxiago izateko probabilitatea.
- (d) Joateko denbora 75 minutu baino gehiago izateko probabilitatea.



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

---

### GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

#### Puntuazio-sistema

Probaren puntuazioa guztira 0 eta 10 puntu bitartekoa izango da.

Lehenengo bi problemak 0 eta 3 puntu artean baloratuko dira, eta azken biak 0 eta 2 puntu artean.

Problema batean zenbait atal badaude, atal guztiak berdín baloratuko dira.

Galdera batean erabili beharreko ebazpen-metodoa zehazten ez bada, galdera hori modu egokian ebazten duen edozein bide onartuko da.

#### Balorazio positiboa merezi duten faktoreak

- Planteamendu zuzenak.
- Kontzeptuak, hiztegia eta notazio zientifikoa zuzen erabiltzea.
- Zenbakizko datuak eta datu grafikoak interpretatzeko edo/eta kalkulatzeko erabiltzen diren teknika espezifikoak ezagutzea.
- Problema osorik bukatzea eta emaitzaren zehaztasuna.
- Bi emaitza soilik zenbakizko kalkuluetan erabilitako zehaztasun-mailan desberdintzen badira, biak ontzat emango dira.
- Ariketa ebaztean egindako pausoen azalpen argia.
- Aurkezpenaren txukuntasuna, bai eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek beharko lukeen heldutasuna erakusten duen beste edozein alderdi.

#### Balorazio negatiboa merezi duten faktoreak

- Planteamendu okerrak.
- Kontzeptuen nahasketa.
- Kalkulu-akatsen ugaritasuna (oinarrizko gabezien adierazle delako).
- Akats bakanak, hauek hausnarketa kritiko edo sen on falta erakusten dutenean (adibidez, problema baten soluzioa  $-3,7$  hozkailu dela esatea, edo probabilitate baten balioa  $2,5$  dela).
- Akats bakanak, hauen ondorioz ebatzitako problema hasieran proposatutakoa baino errazagoa bilakatzen denean.
- Azalpen eza, bereziki, erabiltzen ari den aldagaien esanahiarena.
- Akats ortografiko larriak, desordena, garbitasun falta, idazkera okerra, eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek izan beharko ez lukeen edozein alderdi desegoki.



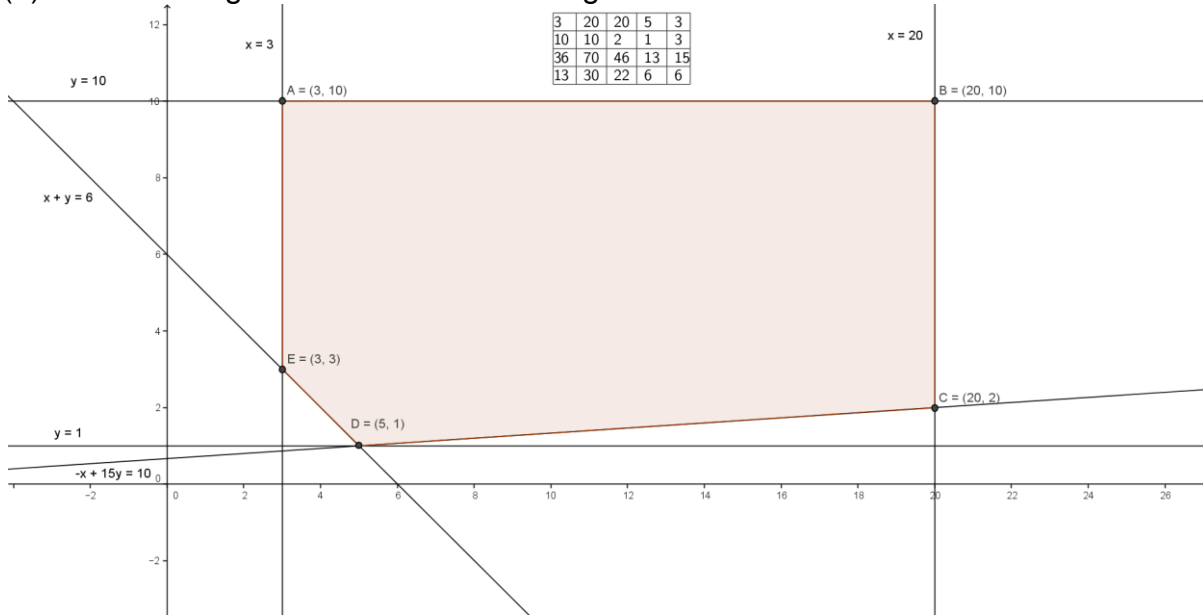
**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN  
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

**EBAZPENAK**

**A AUKERA**

**A 1** (Programazio linealeko problema baten ebazpena)

(a) Eremuari dagokion irudia ondokoa dugu:



(b)  $F(x, y) = 2x + 3y$  funtzioaren balio minimoa 13 da eta D(5, 1) puntuan iristen da.  $G(x, y) = x + y$  funtzioaren balio minimoa 6 da eta D(5, 1) eta E(3, 3) puntuetan iristen da, eta beraz, DE zuzenki osoan.

**A 2** (Deribatuaren bidezko maximo eta minimo bat kalkulatzeko ariketa. Funtzio baten grafikoaren zirriborroa eta interpretazioa)

(a) Zenbat bazkide zituen klubak fundatu zen unean? ¿Zenbat zituen urte erdia igarotzean? eta, urtebete igarotzean? Zenbat bazkide zituen 60 hilabeteak igarotzean?

$$x = 0, y = 1000; \quad x = 6, y = 6400; \quad x = 12, y = 7912; \quad x = 60, y = 35560$$

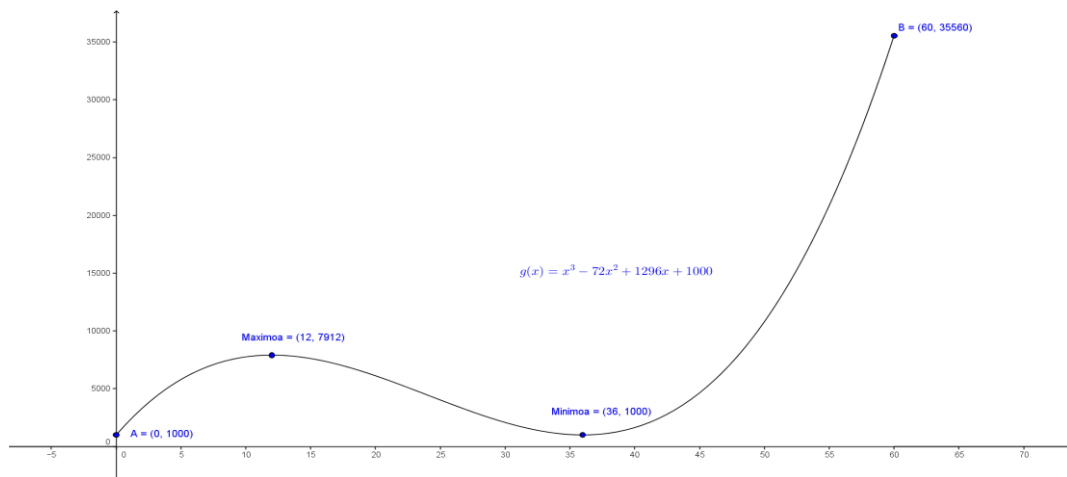
(b) Kalkulatu, baldin badaude, funtzioaren maximo eta minimo erlatiboak. Zenbat bazkideri dagozkie?

$$y' = 3x^2 - 144x + 1296 = 0, \text{ hortik, Minimoa } (x = 36, y = 1000); \text{ Maximoa } (x = 12, y = 7912)$$

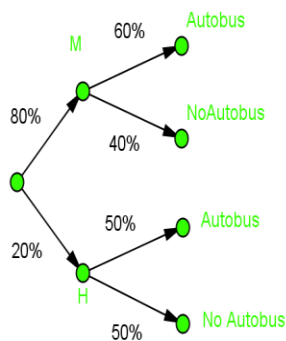
(c) Zirriboratu funtzioaren grafikoa eta bazkide-kopuruak eduki duen bilakaerari buruzko iruzkina egin  $x = 60$  puntuan maximo absolutua dago



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK



**A 3** (Zenbait probabilitateren kalkulua zuhaitz-diagramaren bidez eta probabilitate baldintzatua erabiliz ebazten den ariketa)



a)  $p(M \text{ y } A) = 0,80 \cdot 0,60 = 0,48$

b)

$$p(H / NoA) = \frac{p(H \cap NoA)}{p(NoA)} = \frac{0,2 \cdot 0,5}{0,8 \cdot 0,4 + 0,2 \cdot 0,5} = \frac{0,10}{0,42} = 0,24$$

**A 4** (Populazio baten batezbestekoaren konfiantza-tartearen kalkulua. Formula egokia ezagutu eta modu zuzenean erabiltzea besterik ez da behar)

%95eko konfiantza-tartea,  $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 12 \pm 1,96 \cdot \frac{6}{24} = (11,51; 12,49)$

%99eko konfiantza-tartea,  $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 12 \pm 2,58 \cdot \frac{6}{24} = (11,35; 12,64)$





**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN  
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

**B AUKERA**

**B 1 (kalkulu matrizialaren ariketa)**

(a)

$$A^2 = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -9 & 4 \end{pmatrix}; 2A^2 + xA - yI = \begin{pmatrix} 14-2x-y & -6+x \\ -18+3x & 8-x-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

hortik,  $x = 6$   $y = 2$

(b)

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} + 2X = 3 \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \text{ hortik } X = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**B 2 (Funtzio baten parametroak eta azalera bat kalkulatzeko ariketa)**

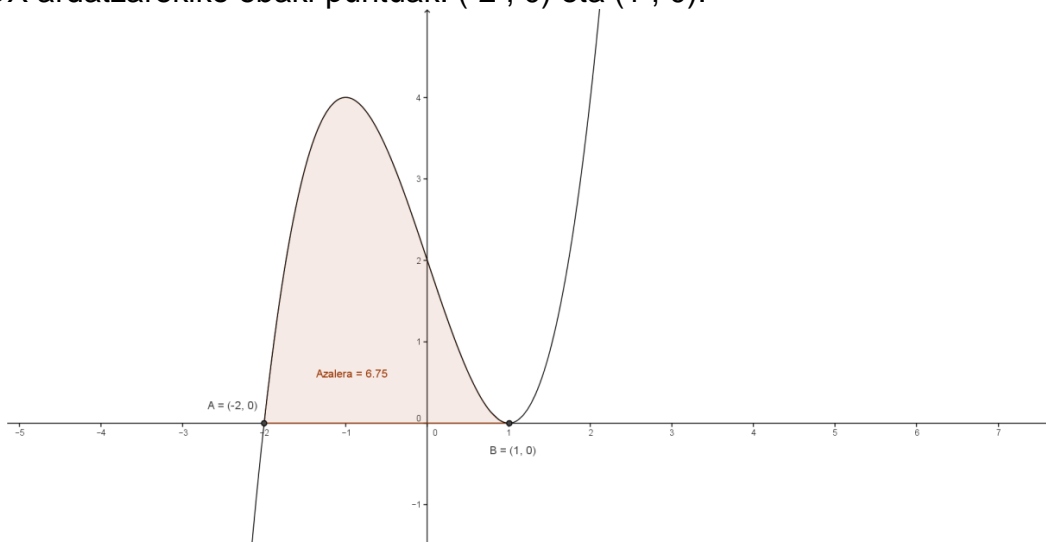
(a) Kurbaren ekuazioa  $y = x^3 + px + q$ ,  $\begin{cases} y(-2) = -8 - 2p + q = 0 \\ y'(1) = 3 + p = 0 \end{cases}$

Aurreko sistematik honako hau lortzen da:  $p = -3$  eta  $q = 2$ ; eta hortik

$$y = x^3 - 3x + 2$$

$$y' = 3x^2 - 3 = 0, \text{ Minimoa } (1, 0), \text{ Maximoa } (-1, 4)$$

(b) OX ardatzarekiko ebaki-puntuak:  $(-2, 0)$  eta  $(1, 0)$ .



$$A = \int_{-2}^1 (x^3 - 3x + 2) dx = \frac{27}{4}$$

**B 3 (Probabilitate-kalkuluaren ariketa)**

(a) Bola biak beltzak

$$p(nn) = \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{12}$$

(b) Bola biak zuriak



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

---

$$p(bb) = \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{12}$$

(c) Lehenengo bola zuria eta bigarrena beltza

$$p(bn) = \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{1}{4}$$

(d) Boletako bat zuria eta bestea beltza

$$p(bn \vee nb) = \frac{1}{4} + \frac{6}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$$

**B 4** (Ariketaren helburua: banaketa normalaren ulermena eta erabilpena bi kasutan, estandarizazioa eta kurba normal estandarraren taula erabiliz)

N ( $\mu=45$ ,  $\sigma=15$ )

(a) Denbora ordubete baino gutxiago izatea

$$p(X \leq 60) = p((X - 45)/15 \leq (60 - 45)/15) = p(z \leq 1) = 0,8413, 84,13\%$$

(b) Denbora 30 eta 45 minutu artean egotea

$$p(30 \leq (X - 45)/15 \leq 45) = 0,3413, 34,13\%$$

(c) Denbora 20 minutu baino gutxiago izatea

$$p((X - 45)/15 \leq 20) = 0,0475, 4,75\%$$

(d) Denbora 75 minutu baino gehiago izatea

$$p((X - 45)/15 \geq 75) = 0,0228, 2,28\%$$