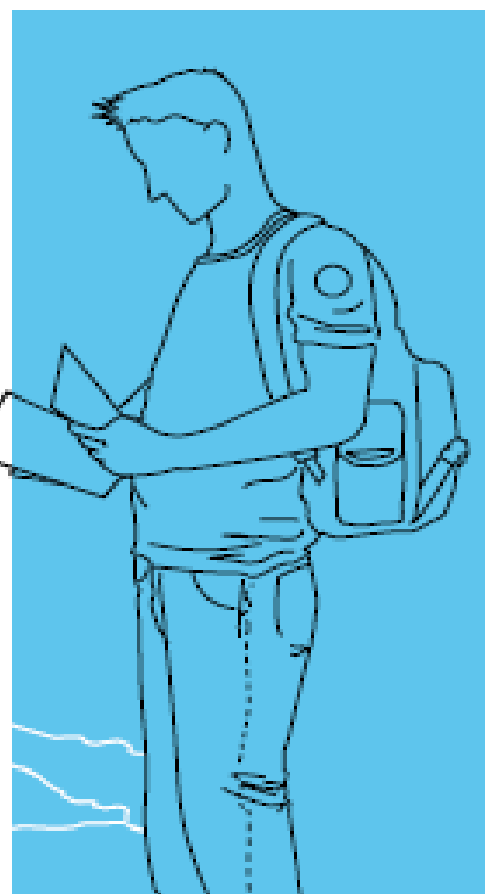
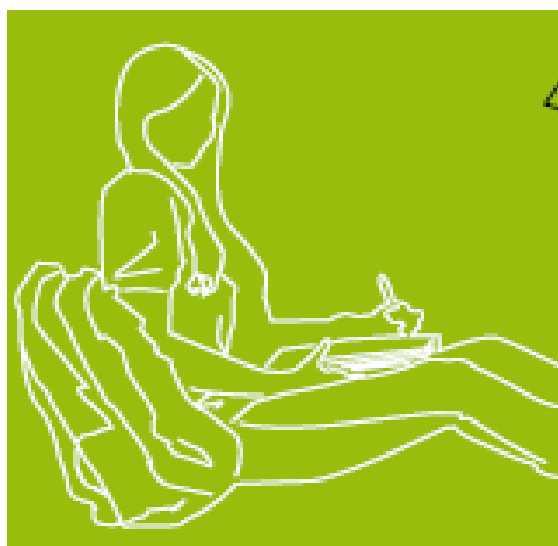
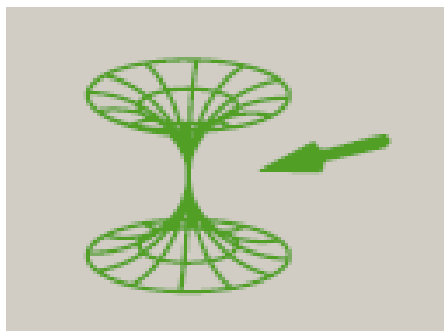
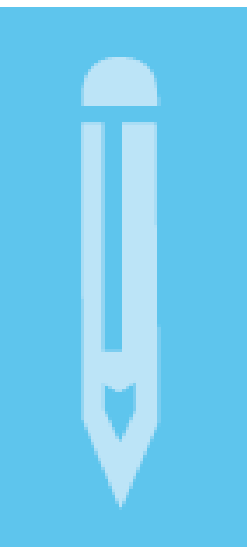


# Gizarte zientziei aplikaturiko matematika II

- BATXILERGOA
- LANBIDE HEZIKETA
- GOI MAILAKO HEZIKETA-ZIKLOAK

Azterketa

Kalifikazio eta zuzenketa irizpideak



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

NAZIOARTEKO  
BIKAIN TASUN  
CAMPUSA

CAMPUS DE  
EXCELENCIA  
INTERNACIONAL



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO  
PROBAK

2013ko UZTAILA

PRUEBAS DE ACCESO A LA  
UNIVERSIDAD

JULIO 2013

GIZARTE ZIENTZIEI  
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS  
CIENCIAS SOCIALES II

***Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.***

***Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.***

- Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, programagarriak ez badira.
- Orri honen atzeko partean banaketa normalaren taula dago.

***Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.***

***No olvides incluir el código en cada una de las hojas.***

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.





Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO  
PROBAK

2013ko UZTAILA

PRUEBAS DE ACCESO A LA  
UNIVERSIDAD

JULIO 2013

GIZARTE ZIENTZIEI  
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS  
CIENCIAS SOCIALES II

***Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.***

***Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.***

- Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, programagarriak ez badira.
- Orri honen atzeko partean banaketa normalaren taula dago.

***Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.***

***No olvides incluir el código en cada una de las hojas.***

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.





## A AUKERA

### A 1 (3 punturaino)

(a) Egin ezazu inekuazio hauek mugatzen duten planoaren eremuaren adierazpen grafikoa:

$$x \geq 0, y \geq 0; 2x + 3y \leq 29; -x + y \leq 3; 5x - 2y \leq 25$$

(b) Aurkitu itzazu  $F(x, y) = 5x + 3y$  eta  $G(x, y) = 15x + 25y$  funtzioen balio maximoak eremu horretan, eta balio horiek zein puntutan lortzen diren.

### A 2 (3 punturaino)

Automobil-enpresa batean badakite  $x$  unitate saltzean lortzen den etekina funtzio honek adierazten duela:

$$B(x) = -0,004x^2 + 4x - 360, x = \text{automobil kopurua}, B(x) = \text{etekina (mila eurokotan)}$$

- (a) Zein da lor daitekeen etekinik handiena? Zenbat automobil ekoitzi behar dira hura lortzeko?
- (b) Zenbat automobil ekoitzi behar dira galerarik ez edukitzeko? (galera = etekin negatiboa)
- (c) Egin ezazu funtzio horren adierazpen grafikoa.

### A 3 (2 punturaino)

Kutxa batean lau bola zuri eta lau bola beltz daude. Zoriz bola bat ateratzen da, eta bi bola zuri eta hiru bola beltz dituen beste kutxa batean sartzen da. Azken kutxa horretatik bigarren bola bat ateratzen da. Kalkulatu:

- (a) Lehenengo bola beltza eta bigarrena zuria izateko probabilitatea
- (b) Bola biak kolore desberdinekoak izateko probabilitatea
- (c) Bi bolak kolore berekoak izateko probabilitatea
- (d) Bigarren bola zuria izateko probabilitatea

### A 4 (2 punturaino)

Beren lehenengo enplegua duten tituludun berrien hileroko soldatek batezbestekoa 1.300 € eta desbideratze tipikoa 600 € dituen banaketa normal bati jarraitzen diote.

- (a) Kalkulatu hilean 600 € baino gutxiago irabazten duten tituludunen ehunekoa.
- (b) Kalkulatu hilean 1.000 eta 1.500 euroren artean irabazten duten tituludunen ehunekoa.
- (c) Kalkulatu hilean 2.200 € baino gehiago irabazten duten tituludunen ehunekoa.



## B AUKERA

### B 1 (3 punturaino)

(a) Izan bitez  $A = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$  eta  $B = \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 15 & -5 \end{pmatrix}$  matrizeak. Aurkitu itzazu  $X$  eta

$Y$  matrizeak, matrize-sistema hau bete dadin:

$$\left. \begin{array}{l} 2X + Y = A \\ -3X + 2Y = B \end{array} \right\}$$

(b)  $A$  matrizearen iraulia  $A^T$  izanik, kalkulatu  $A \cdot B \cdot A^T$  biderkadura.

### B 2 (3 punturaino)

(a) Aurkitu itzazu  $p$  eta  $q$  parametroen balioak  $f(x) = px^2 + 2x + q$  ekuazioa duen kurba  $(2, 15)$  puntutik igaro dadin eta  $x = 1$  puntuan maximoa izan dezan.

(b) Zirriboratu ezazu  $f(x)$  funtzioaren grafikoa, eta aurkitu ezazu funtzio horrek eta OX ardatzak mugatutako eskualdearen azalera.

### B 3 (2 punturaino)

Merkataritzagune batean bezeroen % 60 emakumeak dira. Haien egindako erosketen erdiak 30 €-tik gorakoak dira. Gizonek egindako erosketen % 70, berriz, 30 €-tik gorakoak dira.

(a) Zoriz erosketa-ticket bat aukeratuz gero, zein da 30 €-tik gorakoa izateko probabilitatea?

(b) Ticket bat 30 €-tik beherakoa dela jakinik, zein da erosketa hori gizonezko batek eginga izateko probabilitatea?

### B 4 (2 punturaino)

Autobide bateko erabiltzaileek hileroko bidesarrietan gastaturikoak batezbesteko ezezaguna eta desbideratze tipikoa 30 € dituen banaketa normal bati jarraitzen dio. Autobide horren 225 erabiltzaileko zorizko lagin bat aukeratuta, laginaren hileko bidesarrietako gastuaren batezbestekoa 72 € da. Kalkulatu itzazu % 95eko eta % 99ko konfiantza-tarteak populazioaren batezbestekorako.



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

---

### GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

#### Puntuazio-sistema

Probaren puntuazioa guztira 0 eta 10 puntu bitartekoa izango da.

Lehenengo bi problemak 0 eta 3 puntu artean baloratuko dira, eta azken biak 0 eta 2 puntu artean.

Problema batean zenbait atal badaude, atal guztiak berdin baloratuko dira.

Galdera batean erabili beharreko ebazpen-metodoa zehazten ez bada, galdera hori modu egokian ebazten duen edozein bide onartuko da.

#### Balorazio positiboa merezi duten faktoreak

- Planteamendu zuzenak.
- Kontzeptuak, hiztegia eta notazio zientifikoa zuzen erabiltzea.
- Zenbakizko datuak eta datu grafikoak interpretatzeko edo/eta kalkulatzeko erabiltzen diren teknika espezifikoak ezagutzea.
- Problema osorik bukatzea eta emaitzaren zehaztasuna.
- Bi emaitza soilik zenbakizko kalkuluetan erabilitako zehaztasun-mailan desberdintzen badira, biak ontzat emango dira.
- Ariketa ebaztean egindako pausoen azalpen argia.
- Aurkezpenaren txukuntasuna, bai eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek beharko lukeen heldutasuna erakusten duen beste edozein alderdi.

#### Balorazio negatiboa merezi duten faktoreak

- Planteamendu okerrak.
- Kontzeptuen nahasketa.
- Kalkulu-akatsen ugaritasuna (oinarrizko gabezien adierazle delako).
- Akats bakanak, hauek hausnarketa kritiko edo sen on falta erakusten dutenean (adibidez, problema baten soluzioa  $-3,7$  hozkailu dela esatea, edo probabilitate baten balioa  $2,5$  dela).
- Akats bakanak, hauen ondorioz ebatzitako problema hasieran proposatutakoa baino errazagoa bilakatzen denean.
- Azalpen eza, bereziki, erabiltzen ari den aldagaien esanahiarena.
- Akats ortografiko larriak, desordena, garbitasun falta, idazkera okerra, eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek izan beharko ez lukeen edozein alderdi desegoki.





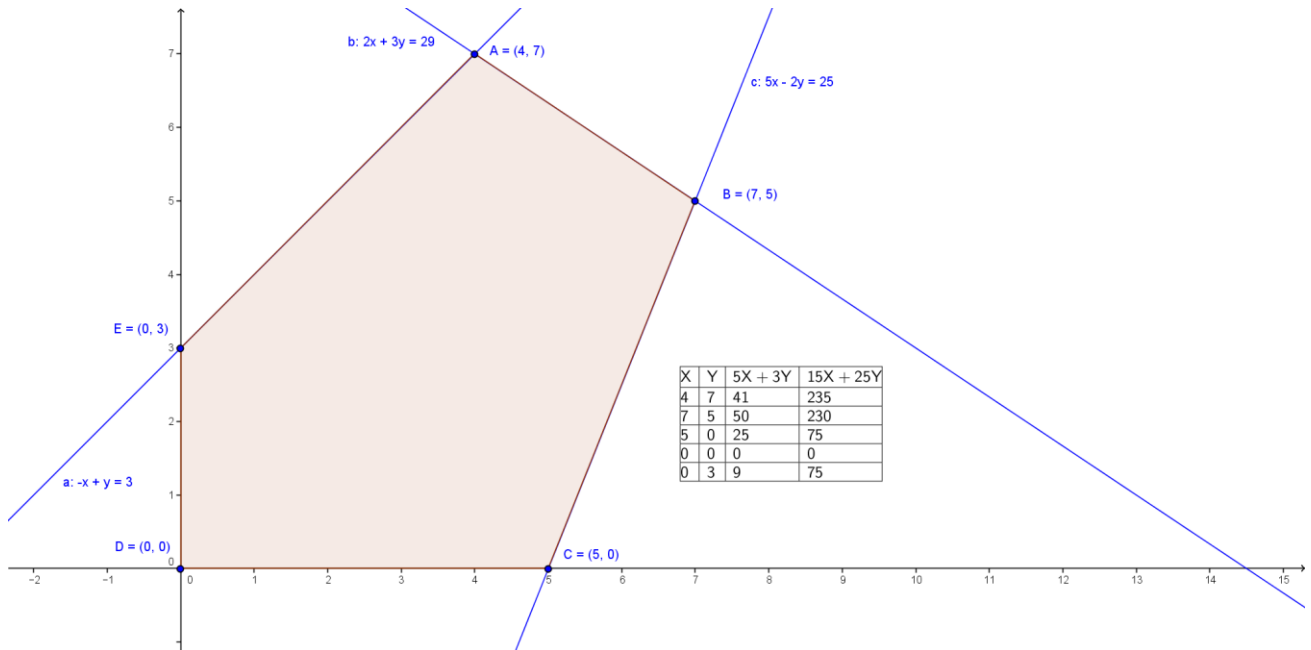
**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN  
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

**EBAZPENAK**

**A AUKERA**

**A 1** (*Programazio linealeko problema baten ebazpena*)

(a) Eremuari dagokion irudia ondokoa dugu:



(b)  $F(x, y) = 5x + 3y$  funtzioaren balio maximoa 50 da eta B(7, 5) puntuan iristen da.  
 $G(x, y) = 15x + 25y$  balio maximoa 235 da eta A(4, 7) puntuan iristen da.

**A 2** (*Deribatuaren bidezko maximo bat kalkulatzeko ariketa. Funtzio baten grafikoaren zirriborroa eta interpretazioa*)

(a) Zein da lor daitekeen etekinik handiena? Zenbat automobil ekoiztu behar dira hura lortzeko?

$$B'(x) = -0,008x + 4 = 0, \text{ hortik } x = \frac{-4}{-0,008} = 500; \text{ 500 automobil ekoiztu behar}$$

dira, eta etekina = 640000 €

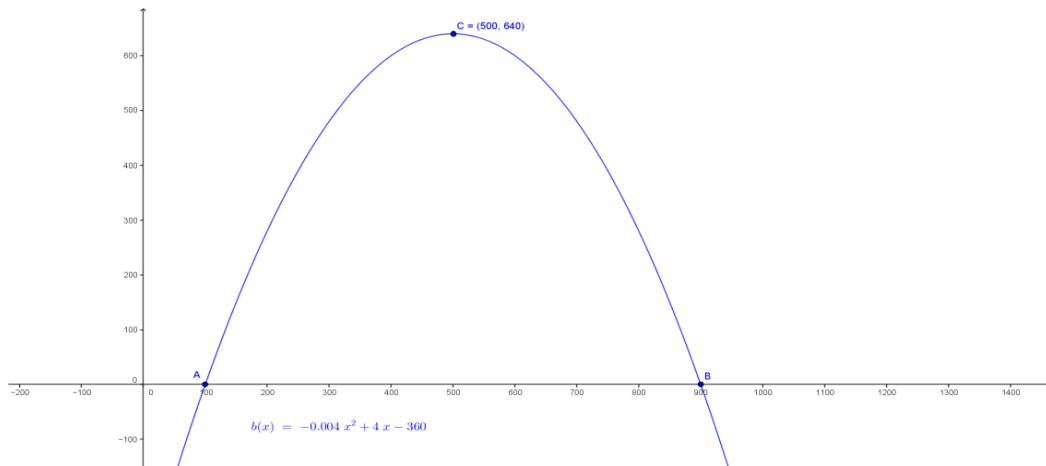
(b) Zenbat automobil ekoiztu behar dira galerarik ez edukitzeko? (galera = etekin negatiboa)

$$-0,004x^2 + 4x - 360 = 0, \text{ hortik, galerarik ez edukitzeko, 100 eta 900 automobilen artean ekoiztu behar dira.}$$

(c) Egin funtzio horren irudikapen grafikoa



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK



### A 3 (Probabilitate-kalkuluaren ariketa)

(a) Probabilitatea lehenengo bola beltza eta bigarrena zuria izateko

$$p(nb) = \frac{4}{8} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

(b) Probabilitatea bola biak kolore desberdinekoak izateko

$$p(nb \vee bn) = \frac{4}{8} \cdot \frac{2}{6} + \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{6} = \frac{20}{48} = \frac{5}{12}$$

(c) Probabilitatea bi bolak kolore berekoak izateko

$$p(bb \vee nn) = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{6} + \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{6} = \frac{28}{48} = \frac{7}{12}$$

(d) Probabilitatea bigarren bola zuria izateko

$$p(2^a b) = p(bb \vee nb) = \frac{5}{12}$$

### A 4 (Ariketaren helburua: banaketa normalaren ulermena eta erabilpena bi kasutan, estandarizazioa eta kurba normal estandarraren taula erabiliz)

$N(\mu=1300, \sigma=600)$

(a) hilean 600 € baino gutxiago kobratzen duten titulatuaren portzentajea:

$$p(X \leq 600) = 0,121; \quad \%12,1$$

(b) hilean 1.000 eta 1.500 euroren artean kobratzen duten titulatuaren portzentajea:

$$p(1000 \leq X \leq 1500) = 0,3208; \quad \%32,08$$

(c) hilean 2.200 € baino gehiago irabazten duten titulatuaren portzentajea:

$$p(X > 2200) = 0,0668; \quad \%6,68$$



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

### B AUKERA

#### B 1 (kalkulu matrizialaren ariketa)

(a)  $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$  ,  $Y = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$

(b)  $A \cdot B \cdot A^T$

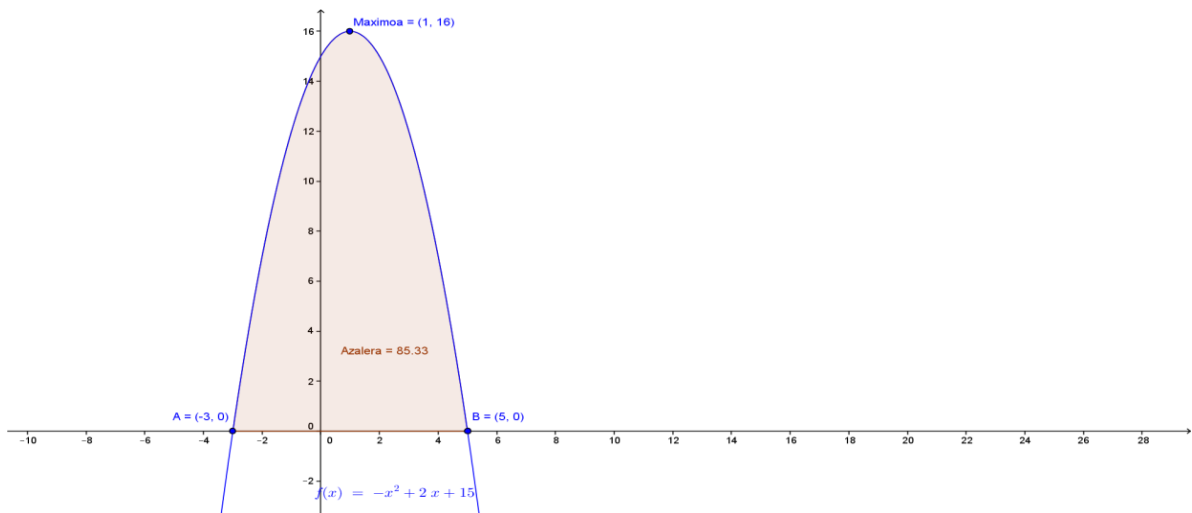
$$\begin{pmatrix} 0 & 10 \\ -3 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 15 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 10 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -500 & -150 \\ 120 & 135 \end{pmatrix} = 5 \cdot \begin{pmatrix} -100 & -30 \\ 24 & 27 \end{pmatrix}$$

#### B 2 (Funtzio baten parametroak eta azalera bat kalkulatzeko ariketa)

(a) Kurbaren ekuazioa  $f(x) = px^2 + 2x + q$ ,  $\begin{cases} y(2) = 4p + 4 + q = 15 \\ y'(1) = 2p + 2 = 0 \end{cases}$

Aurreko sistematik honako hau lortzen da:  $p = -1$  eta  $q = 15$ ; hortik  
 $y = -x^2 + 2x + 15$

(b) OX ardatzarekiko ebaki-puntuak:  $(-3, 0)$  eta  $(5, 0)$ .

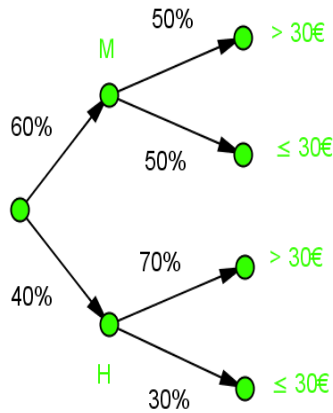


$$A = \int_{-3}^5 (-x^2 + 2x + 15) dx = \frac{256}{3}$$



### CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

**B 3** (Zenbait probabilitateren kalkulua zuhaitz-diagramaren bidez eta probabilitate baldintzatua erabiliz ebazten den ariketa)



a)  $p(>30€) = 0,60 \cdot 0,50 + 0,4 \cdot 0,7 = 0,58$

b)

$$p(H / < 30€) = \frac{0,4 \cdot 0,3}{0,4 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,5} = \frac{12}{42} = \frac{2}{7}$$

**B 4** (Populazio baten batezbestekoaren konfiantza-tartearen kalkulua. Formula egokia ezagutu eta modu zuzenean erabiltzea besterik ez da behar)

$N(\mu, \sigma=30€), n = 225, \bar{x} = 72$

%95eko konfiantza-tartea,  $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 72 \pm 1,96 \cdot \frac{30}{15} = (68,08; 75,92)$

%99eko konfiantza-tartea,  $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 72 \pm 2,58 \cdot \frac{30}{15} = (66,84; 77,16)$