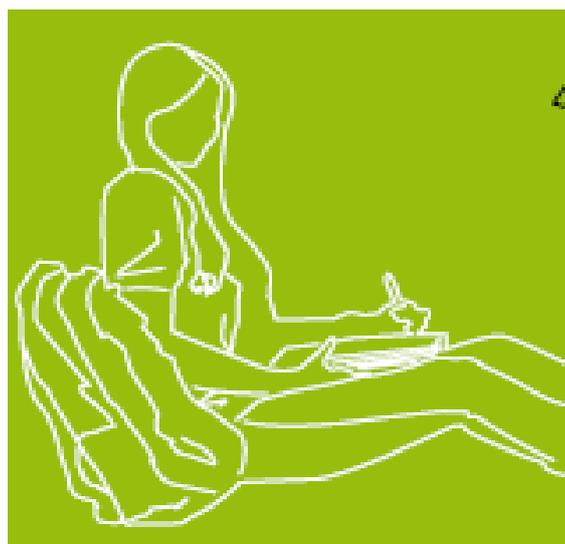


# Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II

- BACHILLERATO
- FORMACIÓN PROFESIONAL
- CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

Examen

Criterios de Corrección y Calificación



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

NAZIOARTEKO  
BIKAINASUN  
CAMPUSA

CAMPUS DE  
EXCELENCIA  
INTERNACIONAL



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO  
PROBAK

2013ko EKAINA

GIZARTE ZIENTZIEI  
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA  
UNIVERSIDAD

JUNIO 2013

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS  
CIENCIAS SOCIALES II

***Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.***

***Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.***

- Kalkulagailu zientifikoaren erabilera onartuta dago, programagarria izan ezik.
- Orri honen atzeko partean banaketa normalaren taula dago.

***Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.***

***No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.***

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.





## OPCIÓN A

### A 1 (hasta 3 puntos)

(a) Representar gráficamente la región del plano definida por las inecuaciones:

$$3 \leq x \leq 20, y \leq 10; x + y \geq 6, -x + 15y \geq 10$$

(b) Hallar los valores mínimos de las funciones  $F(x, y) = 2x + 3y$ ,  $G(x, y) = x + y$ , en dicha región y los puntos en los que se alcanzan.

### A 2 (hasta 3 puntos)

El número de socios de un club de fútbol ha seguido el modelo definido por la siguiente función:

$$y = x^3 - 72x^2 + 1296x + 1000, 0 \leq x \leq 60$$

$x$  = número de **meses** transcurridos desde su fundación,  $y$  = número de **socios**.

(a) ¿Cuántos socios tenía el club en el momento de su fundación? ¿Cuántos tenía al cabo de medio año? y, ¿al de un año? ¿Cuántos socios tenía transcurridos los 60 meses?

(b) Calcular, si los hubiere, el máximo y el mínimo relativos de la función. ¿A qué número de socios corresponderían?

(c) Esboza la gráfica de la función y comenta la evolución del número de socios.

### A 3 (hasta 2 puntos)

En una Universidad el 80% son mujeres. De entre éstas, el 60% van a la Universidad en autobús, y el resto, por otros medios. De entre los hombres, la mitad van en autobús.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar sea mujer y vaya a la Universidad en autobús?

(b) Sabiendo que elegida una persona, no va a la Universidad en autobús, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?

### A 4 (hasta 2 puntos)

El número de viajes mensual realizados por los usuarios de una autopista sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 6 viajes. Tomada una muestra de 576 usuarios, su media mensual ha resultado ser de 12 viajes. Calcular los intervalos de confianza del 95% y 99% para la media de la población.



## OPCIÓN B

### B 1 (hasta 3 puntos)

- (a) Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ , y la ecuación  $2A^2 + xA - yI = O$ , donde  $I$  es la matriz unidad de orden 2 y  $O$  es la matriz nula del mismo orden. Calcular los valores de  $x$  e  $y$  para los que se verifica dicha ecuación.
- (b) Hallar la matriz  $X$  para la que se verifica la siguiente ecuación matricial:  
 $A + 2X = 3A^T$ , donde  $A^T$  es la matriz traspuesta de la matriz  $A$

### B 2 (hasta 3 puntos)

- (a) Calcular el valor de los parámetros  $p$  y  $q$  para que la curva de ecuación  $y = x^3 + px + q$ , presente un mínimo relativo en  $x = 1$  y pase por el punto  $(-2, 0)$ . Hallar, si los hubiere, otros puntos extremos de la función, indicando si son máximos o mínimos.
- (b) Esbozar la gráfica de la función anterior y hallar el área de la región finita limitada por dicha función y el eje  $OX$ .

### B 3 (hasta 2 puntos)

Una urna contiene tres bolas blancas y seis bolas negras. Se extraen sucesivamente dos bolas (sin devolver la primera bola a la urna). Hallar la probabilidad de que:

- (a) Las dos bolas extraídas sean negras.
- (b) Las dos bolas extraídas sean blancas.
- (c) La primera bola sea blanca y la segunda negra.
- (d) Una de las bolas sea blanca y la otra negra.

### B 4 (hasta 2 puntos)

Se sabe que el tiempo necesario para trasladarse desde el domicilio al campus de la UPV/EHU en Leioa sigue una distribución normal de media 45 minutos y desviación típica 15 minutos. Se pide calcular las siguientes probabilidades expresando el resultado en porcentajes:

- (a) Probabilidad de que el traslado dure menos de una hora.
- (b) Probabilidad de que dure entre 30 y 45 minutos.
- (c) Probabilidad de que el traslado dure menos de 20 minutos.
- (d) Probabilidad de que el traslado dure más de 75 minutos.



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

---

### MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

#### Sistema de puntuación

La puntuación total de la prueba estará entre 0 y 10 puntos.

Cada uno de los dos primeros problemas se valorará de 0 a 3 puntos, y cada uno de los dos últimos de 0 a 2 puntos.

Cuando un problema conste de varios apartados, todos ellos se valorarán por igual.

En aquellas cuestiones en las que no se especifique el método de resolución que se ha de aplicar, se admitirá cualquier forma de resolverlo correctamente.

#### Aspectos que merecen valoración positiva

- Los planteamientos correctos.
- La correcta utilización de conceptos, vocabulario y notación científica.
- El conocimiento de técnicas específicas de aplicación directa para el cálculo y/o interpretación de datos numéricos y gráficos.
- La terminación completa del ejercicio y la exactitud del resultado.
- Se considerarán igualmente válidas dos soluciones que solo se diferencien en el grado de exactitud empleado en los cálculos numéricos.
- La claridad de las explicaciones de los pasos seguidos.
- La pulcritud de la presentación, y cualquier otro aspecto que refleje la madurez que cabe esperar de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

#### Aspectos que merecen valoración negativa

- Los planteamientos incorrectos.
- La confusión de conceptos.
- La abundancia de errores de cálculo (por ser indicativa de deficiencias de orden básico).
- Los errores aislados, cuando indican falta de reflexión crítica o de sentido común (por ejemplo, decir que la solución a tal problema es -3,7 frigoríficos, o que cierta probabilidad vale 2,5).
- Los errores aislados, cuando conducen a problemas más sencillos que los inicialmente propuestos.
- La ausencia de explicaciones, en particular del significado de las variables que se están utilizando.
- Los errores ortográficos graves, el desorden, la falta de limpieza, la mala redacción y cualquier otro aspecto impropio de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.



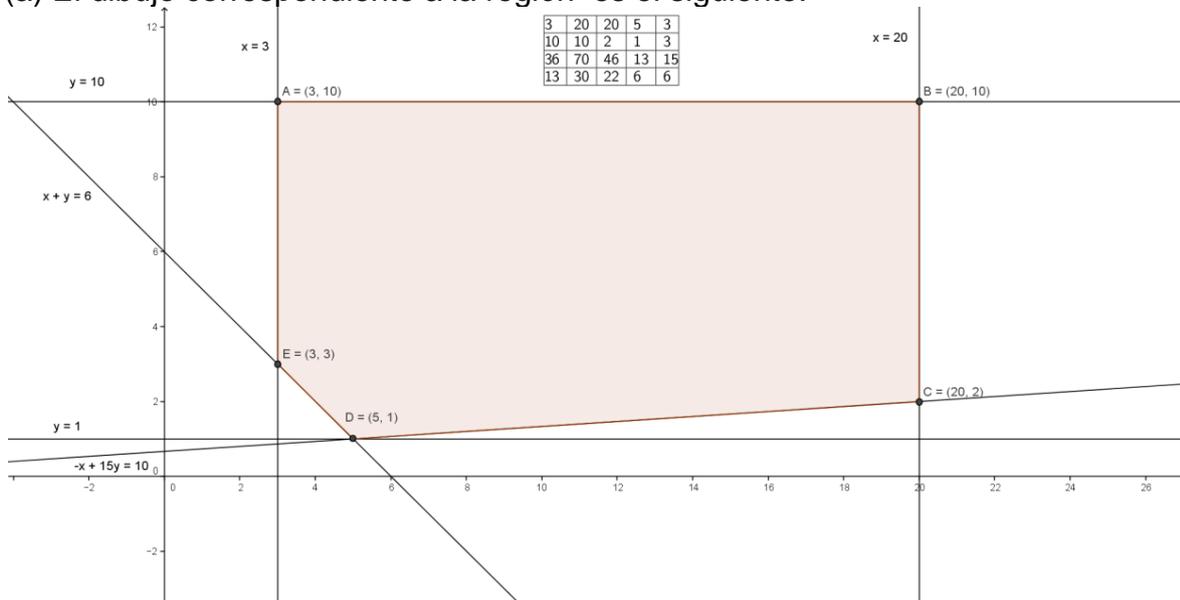
**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN  
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

**SOLUCIONES**

**OPCIÓN A**

**A 1** (Ejercicio de resolución de un problema de programación lineal)

(a) El dibujo correspondiente a la región es el siguiente:



(b) El valor mínimo de la función  $F(x, y) = 2x + 3y$  es 13 y se alcanza en el punto  $D(5, 1)$ . El valor mínimo de la función  $G(x, y) = x + y$  es 6 y se alcanza en los puntos  $D(5, 1)$  y  $E(3, 3)$ , y por lo tanto en todo el segmento  $DE$ .

**A 2** (Ejercicio de cálculo de un máximo y un mínimo mediante derivadas, esbozo e interpretación de la gráfica de una función)

(a) ¿Cuántos socios tenía el club en el momento de su fundación? ¿Cuántos tenía al cabo de medio año? y, ¿al de un año? ¿Cuántos socios tenía transcurridos los 60 meses?

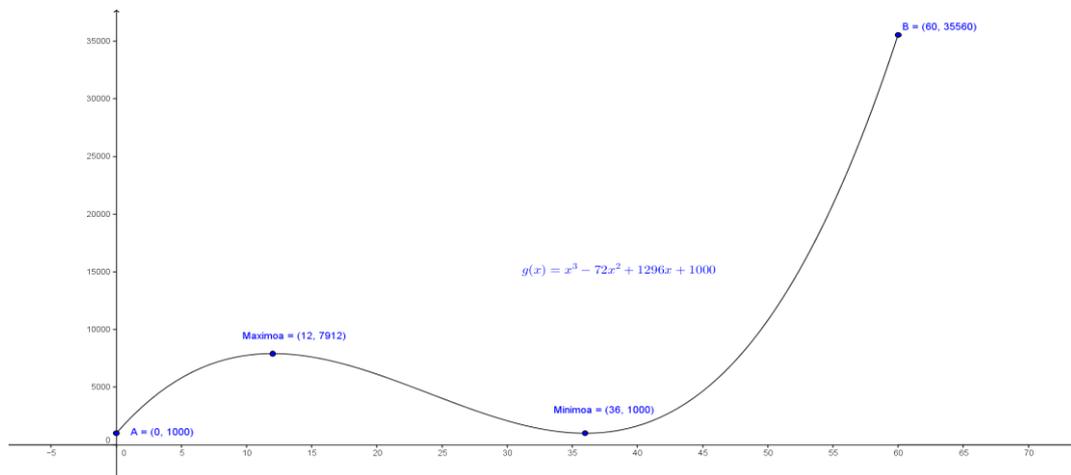
$$x = 0, y = 1000; \quad x = 6, y = 6400; \quad x = 12, y = 7912; \quad x = 60, y = 35560$$

(b) Calcular, si los hubiere, el máximo y el mínimo relativos de la función. ¿A qué número de socios corresponderían?

$$y' = 3x^2 - 144x + 1296 = 0, \text{ de donde, Mínimo } (x = 36, y = 1000); \text{ Máximo } (x = 12, y = 7912)$$

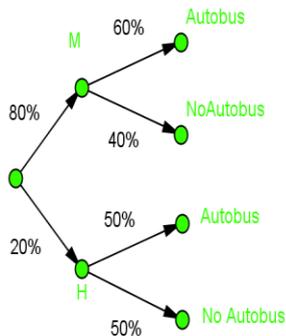
(c) Esboza la gráfica de la función y comenta la evolución del número de socios

## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK



La función tiene un máximo absoluto para  $x=60$  meses

**A 3** (Ejercicio de cálculo de probabilidades que puede resolverse mediante un diagrama de árbol y la probabilidad condicional)



a)  $p(M \text{ y } A) = 0,80 \cdot 0,60 = 0,48$

b)

$$p(H / NoA) = \frac{p(H \cap NoA)}{p(NoA)} = \frac{0,2 \cdot 0,5}{0,8 \cdot 0,4 + 0,2 \cdot 0,5} = \frac{0,10}{0,42} = 0,24$$

**A 4** (Ejercicio de cálculo de un intervalo de confianza para la media de una población, que requiere conocer y aplicar correctamente la fórmula apropiada)

$N(\mu, \sigma=6 \text{ viajes}), n = 576, \bar{x} = 12$

Intervalo del 95%,  $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 12 \pm 1,96 \cdot \frac{6}{24} = (11,51; 12,49)$

Intervalo del 99%,  $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 12 \pm 2,58 \cdot \frac{6}{24} = (11,35; 12,64)$



**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN  
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

**OPCIÓN B**

**B 1 (Ejercicio de cálculo matricial)**

(a)

$$A^2 = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -9 & 4 \end{pmatrix}; 2A^2 + xA - yI = \begin{pmatrix} 14-2x-y & -6+x \\ -18+3x & 8-x-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

de donde,  $x = 6$   $y = 2$

(b)

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} + 2X = 3 \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \text{ de donde } X = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

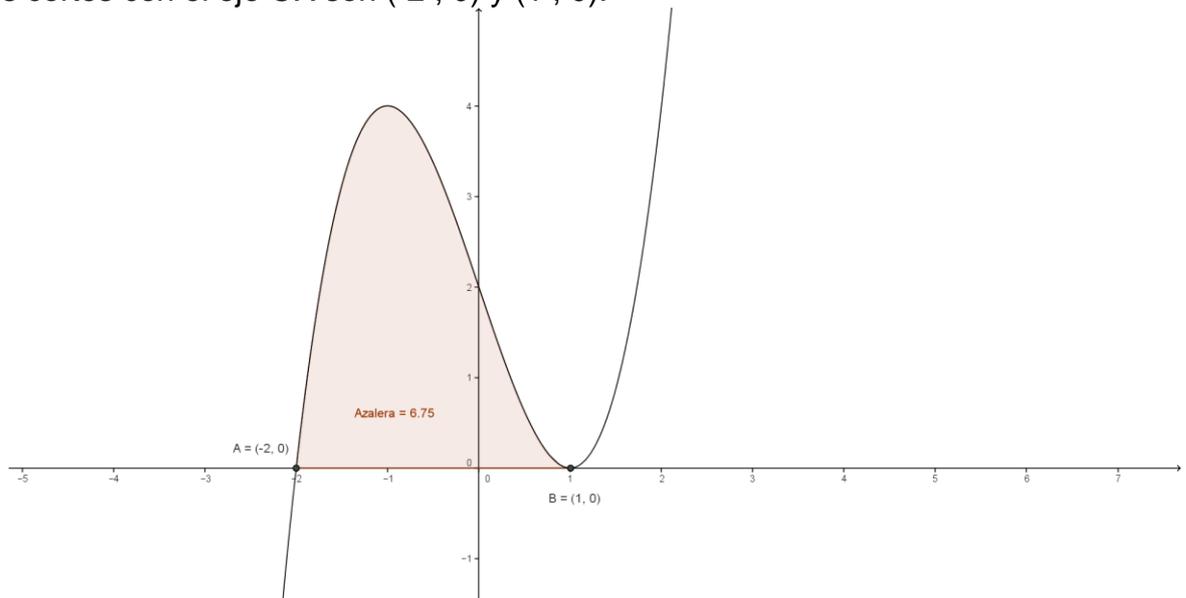
**B 2 (Ejercicio de cálculo de parámetros de una función y cálculo de un área)**

(a) Curva de ecuación  $y = x^3 + px + q$ , 
$$\begin{cases} y(-2) = -8 - 2p + q = 0 \\ y'(1) = 3 + p = 0 \end{cases}$$

Del sistema anterior se obtiene que  $p = -3$  y  $q = 2$ ; de donde  $y = x^3 - 3x + 2$

$y' = 3x^2 - 3 = 0$ , se obtiene Mínimo (1,0), Máximo (-1,4)

(b) Los cortes con el eje OX son (-2, 0) y (1, 0).



$$A = \int_{-2}^1 (x^3 - 3x + 2) dx = \frac{27}{4}$$

**B 3 (Ejercicio de cálculo de probabilidades)**

(a) Las dos bolas extraídas sean negras

$$p(nn) = \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{12}$$

(b) Las dos bolas extraídas sean blancas



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

---

$$p(bb) = \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{12}$$

(c) La primera bola sea blanca y la segunda negra

$$p(bn) = \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{1}{4}$$

(d) Una de las bolas sea blanca y la otra negra

$$p(bn \vee nb) = \frac{1}{4} + \frac{6}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$$

**B 4** (*Ejercicio de comprensión y manejo de distribuciones normales, en dos supuestos concretos, que requiere el uso de la estandarización y la tabla de la curva normal estándar*)

$N(\mu=45, \sigma=15)$

(a) Probabilidad de que el traslado dure menos de una hora

$$p(X \leq 60) = p((X - 45)/15 \leq (60 - 45)/15) = p(z \leq 1) = 0,8413, 84,13\%$$

(b) Probabilidad de que dure entre 30 y 45 minutos

$$p(30 \leq (X - 45)/15 \leq 45) = 0,3413, 34,13\%$$

(c) Probabilidad de que el traslado dure menos de 20 minutos

$$p((X - 45)/15 \leq 20) = 0,0475, 4,75\%$$

(d) Probabilidad de que el traslado dure más de 75 minutos

$$p((X - 45)/15 \geq 75) = 0,0228, 2,28\%$$