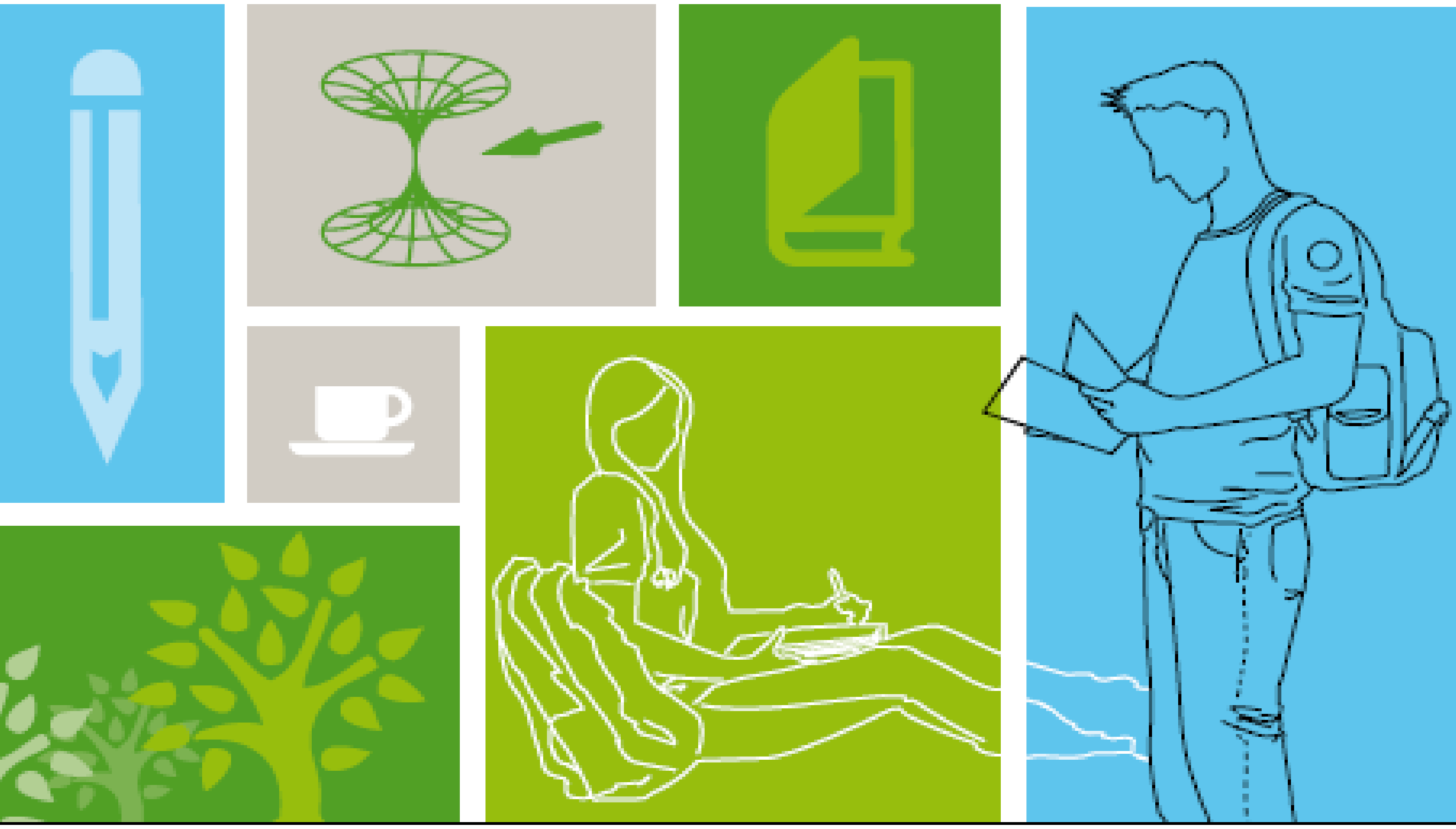
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD · 2013

# Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II

- BACHILLERATO
- FORMACIÓN PROFESIONAL
- CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

Examen

Criterios de Corrección y Calificación



eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco

Euskal Herriko Unibertsitatea

NAZIOARTEKO BIKAINTASUN CAMPUSA

CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

www.ehu.es

***Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.***

***Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.***

- Kalkulagailu zientifikoen erabilera onartuta dago, programagarriena izan ezik.
- Orri honen atzeko partean banaketa normalaren taula dago.

***Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.***

***No olvides incluir el código en cada una de las hojas.***

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.

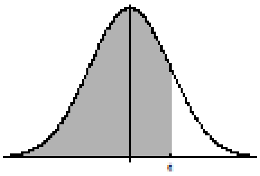
Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea
eman ta zabal zazu

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK
2013ko UZTAILA

*PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD*
*JULIO 2013*

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

*MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II*



$N(0,1)$ kurbak $-\infty$-tik $z$-raino mugatutako azalerak

Áreas limitadas por la curva $N(0,1)$ desde $-\infty$ hasta $z$

| | 0 | 0'01 | 0'02 | 0'03 | 0'04 | 0'05 | 0'06 | 0'07 | 0'08 | 0'09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0'5000 | 0'5040 | 0'5080 | 0'5120 | 0'5160 | 0'5199 | 0'5239 | 0'5279 | 0'5319 | 0'5359 |
| 0'1 | 0'5398 | 0'5438 | 0'5478 | 0'5517 | 0'5557 | 0'5596 | 0'5636 | 0'5675 | 0'5714 | 0'5753 |
| 0'2 | 0'5793 | 0'5832 | 0'5871 | 0'5910 | 0'5948 | 0'5987 | 0'6026 | 0'6064 | 0'6103 | 0'6141 |
| 0'3 | 0'6179 | 0'6217 | 0'6255 | 0'6293 | 0'6331 | 0'6368 | 0'6406 | 0'6443 | 0'6480 | 0'6517 |
| 0'4 | 0'6554 | 0'6591 | 0'6628 | 0'6664 | 0'6700 | 0'6736 | 0'6772 | 0'6808 | 0'6844 | 0'6879 |
| 0'5 | 0'6915 | 0'6950 | 0'6985 | 0'7019 | 0'7054 | 0'7088 | 0'7123 | 0'7157 | 0'7190 | 0'7224 |
| 0'6 | 0'7257 | 0'7291 | 0'7324 | 0'7357 | 0'7389 | 0'7422 | 0'7454 | 0'7486 | 0'7517 | 0'7549 |
| 0'7 | 0'7580 | 0'7611 | 0'7642 | 0'7673 | 0'7704 | 0'7734 | 0'7764 | 0'7794 | 0'7823 | 0'7852 |
| 0'8 | 0'7881 | 0'7910 | 0'7939 | 0'7967 | 0'7995 | 0'8023 | 0'8051 | 0'8078 | 0'8106 | 0'8133 |
| 0'9 | 0'8159 | 0'8186 | 0'8212 | 0'8238 | 0'8264 | 0'8289 | 0'8315 | 0'8340 | 0'8365 | 0'8389 |
| 1 | 0'8413 | 0'8438 | 0'8461 | 0'8485 | 0'8508 | 0'8531 | 0'8554 | 0'8577 | 0'8599 | 0'8621 |
| 1'1 | 0'8643 | 0'8665 | 0'8686 | 0'8708 | 0'8729 | 0'8749 | 0'8770 | 0'8790 | 0'8810 | 0'8830 |
| 1'2 | 0'8849 | 0'8869 | 0'8888 | 0'8907 | 0'8925 | 0'8944 | 0'8962 | 0'8980 | 0'8997 | 0'9015 |
| 1'3 | 0'9032 | 0'9049 | 0'9066 | 0'9082 | 0'9099 | 0'9115 | 0'9131 | 0'9147 | 0'9162 | 0'9177 |
| 1'4 | 0'9192 | 0'9207 | 0'9222 | 0'9236 | 0'9251 | 0'9265 | 0'9279 | 0'9292 | 0'9306 | 0'9319 |
| 1'5 | 0'9332 | 0'9345 | 0'9357 | 0'9370 | 0'9382 | 0'9394 | 0'9406 | 0'9418 | 0'9429 | 0'9441 |
| 1'6 | 0'9452 | 0'9463 | 0'9474 | 0'9484 | 0'9495 | 0'9505 | 0'9515 | 0'9525 | 0'9535 | 0'9545 |
| 1'7 | 0'9554 | 0'9564 | 0'9573 | 0'9582 | 0'9591 | 0'9599 | 0'9608 | 0'9616 | 0'9625 | 0'9633 |
| 1'8 | 0'9641 | 0'9649 | 0'9656 | 0'9664 | 0'9671 | 0'9678 | 0'9686 | 0'9693 | 0'9699 | 0'9706 |
| 1'9 | 0'9713 | 0'9719 | 0'9726 | 0'9732 | 0'9738 | 0'9744 | 0'9750 | 0'9756 | 0'9761 | 0'9767 |
| 2 | 0'9772 | 0'9778 | 0'9783 | 0'9788 | 0'9793 | 0'9798 | 0'9803 | 0'9808 | 0'9812 | 0'9817 |
| 2'1 | 0'9821 | 0'9826 | 0'9830 | 0'9834 | 0'9838 | 0'9842 | 0'9846 | 0'9850 | 0'9854 | 0'9857 |
| 2'2 | 0'9861 | 0'9864 | 0'9868 | 0'9871 | 0'9875 | 0'9878 | 0'9881 | 0'9884 | 0'9887 | 0'9890 |
| 2'3 | 0'9893 | 0'9896 | 0'9898 | 0'9901 | 0'9904 | 0'9906 | 0'9909 | 0'9911 | 0'9913 | 0'9916 |
| 2'4 | 0'9918 | 0'9920 | 0'9922 | 0'9925 | 0'9927 | 0'9929 | 0'9931 | 0'9932 | 0'9934 | 0'9936 |
| 2'5 | 0'9938 | 0'9940 | 0'9941 | 0'9943 | 0'9945 | 0'9946 | 0'9948 | 0'9949 | 0'9951 | 0'9952 |
| 2'6 | 0'9953 | 0'9955 | 0'9956 | 0'9957 | 0'9959 | 0'9960 | 0'9961 | 0'9962 | 0'9963 | 0'9964 |
| 2'7 | 0'9965 | 0'9966 | 0'9967 | 0'9968 | 0'9969 | 0'9970 | 0'9971 | 0'9972 | 0'9973 | 0'9974 |
| 2'8 | 0'9974 | 0'9975 | 0'9976 | 0'9977 | 0'9977 | 0'9978 | 0'9979 | 0'9979 | 0'9980 | 0'9981 |
| 2'9 | 0'9981 | 0'9982 | 0'9982 | 0'9983 | 0'9984 | 0'9984 | 0'9985 | 0'9985 | 0'9986 | 0'9986 |
| 3 | 0'9987 | 0'9987 | 0'9987 | 0'9988 | 0'9988 | 0'9989 | 0'9989 | 0'9989 | 0'9990 | 0'9990 |
| 3'1 | 0'9990 | 0'9991 | 0'9991 | 0'9991 | 0'9992 | 0'9992 | 0'9992 | 0'9992 | 0'9993 | 0'9993 |
| 3'2 | 0'9993 | 0'9993 | 0'9994 | 0'9994 | 0'9994 | 0'9994 | 0'9994 | 0'9995 | 0'9995 | 0'9995 |
| 3'3 | 0'9995 | 0'9995 | 0'9995 | 0'9996 | 0'9996 | 0'9996 | 0'9996 | 0'9996 | 0'9996 | 0'9997 |
| 3'4 | 0'9997 | 0'9997 | 0'9997 | 0'9997 | 0'9997 | 0'9997 | 0'9997 | 0'9997 | 0'9997 | 0'9998 |
| 3'5 | 0'9998 | 0'9998 | 0'9998 | 0'9998 | 0'9998 | 0'9998 | 0'9998 | 0'9998 | 0'9998 | 0'9998 |
| 3'6 | 0'9998 | 0'9998 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 |
| 3'7 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 |
| 3'8 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 | 0'9999 |
| 3'9 | 1'0000 | 1'0000 | 1'0000 | 1'0000 | 1'0000 | 1'0000 | 1'0000 | 1'0000 | 1'0000 | 1'0000 |

# OPCIÓN A

**A 1** *(hasta 3 puntos)*

(a) Representar gráficamente la región del plano definida por las inecuaciones:
$x \geq 0$ , $y \geq 0$ ; $2x+3y \leq 29$ ; $-x+y \leq 3$ ; $5x-2y \leq 25$

(b) Hallar los valores máximos de las funciones $F(x,y)=5x+3y$, $G(x,y)=15x+25y$ en dicha región y los puntos en los que se alcanzan.

**A 2** *(hasta 3 puntos)*

Una empresa de automóviles sabe que el beneficio que obtiene al fabricar x unidades viene dado por la siguiente función:
$B(x)=-0{,}004x^2+4x-360$, x = **número** de **coches**, $B(x)$= **beneficio** (en miles de euros)

(a) ¿Cuál es el mayor beneficio posible? ¿Cuántos coches deben fabricarse para obtenerlo?
(b) ¿Cuántos coches hay que fabricar para que no se produzcan pérdidas (pérdida=beneficio negativo)?
(c) Representar gráficamente dicha función

**A 3** *(hasta 2 puntos)*

Se tiene una urna con cuatro bolas blancas y cuatro negras. Se saca una bola al azar que se introduce en otra urna que contiene dos bolas blancas y tres negras. De esta urna se extrae una segunda bola. Calcular:

(a) La probabilidad de que la primera bola sea negra y la segunda blanca
(b) La probabilidad de que las dos bolas sean de distinto color
(c) La probabilidad de que las dos bolas sean de igual color
(d) La probabilidad de que la segunda bola sea blanca

**A 4** *(hasta 2 puntos)*

Los salarios mensuales de los recién titulados que acceden a su primer empleo se distribuyen según una ley normal de media 1.300 € y desviación típica 600 €.

(a) Calcular el porcentaje de titulados que cobran menos de 600 € al mes.
(b) Calcular el porcentaje de titulados que cobran entre 1.000 y 1.500 euros al mes.
(c) Calcular el porcentaje de titulados que cobran más de 2.200 € al mes

## OPCIÓN B

**B 1** *(hasta 3 puntos)*

(a) Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 0 & 10 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$ , y $B=\begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 15 & -5 \end{pmatrix}$. Hallar las matrices $X$ , $Y$ , para las que se cumple el siguiente sistema matricial:

$$\left.\begin{array}{rcrcl} 2X & + & Y & = & A \\ -3X & + & 2Y & = & B \end{array}\right\}$$

(b) Siendo $A^T$ la matriz traspuesta de la matriz $A$, calcular el producto $A\cdot B\cdot A^T$

**B 2** *(hasta 3 puntos)*

(a) Sea la curva de ecuación $f(x)=px^2+2x+q$ . Calcular los valores de $p$ y $q$, para los que la curva pasa por el punto (2,15) y tiene un máximo para x=1.

(b) Esbozar la gráfica de la función $f(x)$ y hallar el área limitada por dicha función y el eje $OX$ .

**B 3** *(hasta 2 puntos)*

En un centro comercial el 60% de los clientes son mujeres. El 50% de las compras hechas por ellas son superiores a 30€. En las compras hechas por hombres, el 70% son superiores a 30€.

(a) Elegido al azar un ticket de compra, ¿cuál es la probabilidad de que sea superior a 30€?

(b) Se sabe que un ticket no supera los 30€, ¿cuál es la probabilidad de que la compra haya sido hecha por un hombre?

**B 4** *(hasta 2 puntos)*

El importe mensual de lo gastado en peajes por los usuarios de una autopista sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 30 €. Tomada una muestra de 225 usuarios, su media de gasto mensual ha resultado ser de 72 euros. Calcular los intervalos de confianza del 95% y 99% para la media de la población.

**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN**
**ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

# MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

## Sistema de puntuación

La puntuación total de la prueba estará entre 0 y 10 puntos.
Cada uno de los dos primeros problemas se valorará de 0 a 3 puntos, y cada uno de los dos últimos de 0 a 2 puntos.
Cuando un problema conste de varios apartados, todos ellos se valorarán por igual.
En aquellas cuestiones en las que no se especifique el método de resolución que se ha de aplicar, se admitirá cualquier forma de resolverlo correctamente.

## Aspectos que merecen valoración positiva

- Los planteamientos correctos.
- La correcta utilización de conceptos, vocabulario y notación científica.
- El conocimiento de técnicas específicas de aplicación directa para el cálculo y/o interpretación de datos numéricos y gráficos.
- La terminación completa del ejercicio y la exactitud del resultado.
- Se considerarán igualmente válidas dos soluciones que solo se diferencien en el grado de exactitud empleado en los cálculos numéricos.
- La claridad de las explicaciones de los pasos seguidos.
- La pulcritud de la presentación, y cualquier otro aspecto que refleje la madurez que cabe esperar de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

## Aspectos que merecen valoración negativa

- Los planteamientos incorrectos.
- La confusión de conceptos.
- La abundancia de errores de cálculo (por ser indicativa de deficiencias de orden básico).
- Los errores aislados, cuando indican falta de reflexión crítica o de sentido común (por ejemplo, decir que la solución a tal problema es -3,7 frigoríficos, o que cierta probabilidad vale 2,5).
- Los errores aislados, cuando conducen a problemas más sencillos que los inicialmente propuestos.
- La ausencia de explicaciones, en particular del significado de las variables que se están utilizando.
- Los errores ortográficos graves, el desorden, la falta de limpieza, la mala redacción y cualquier otro aspecto impropio de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

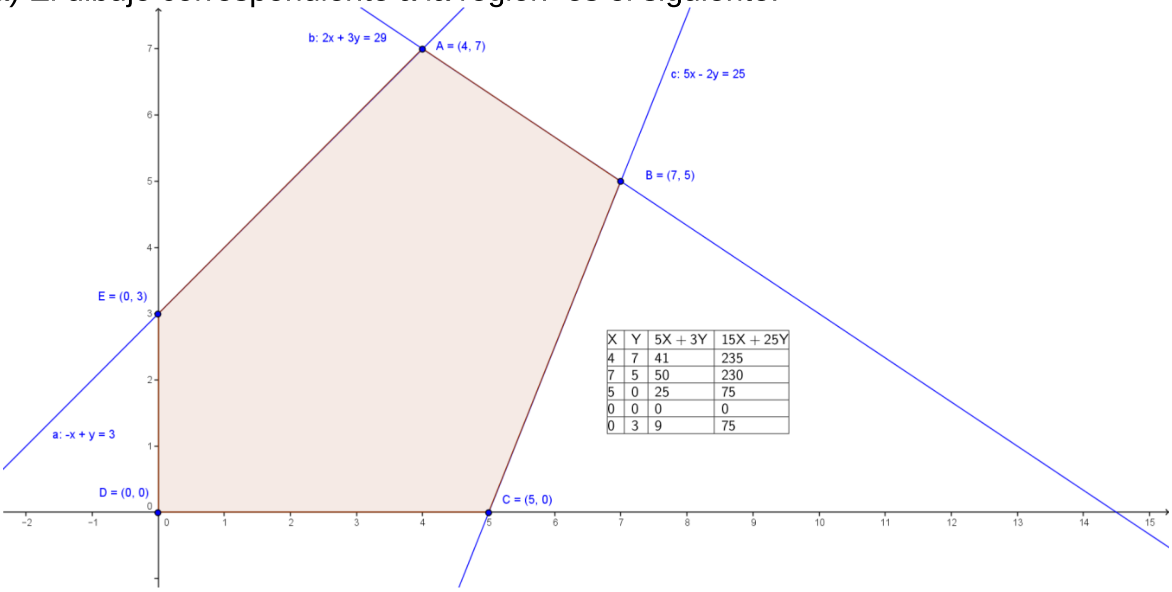
**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN**
**ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

## SOLUCIONES

## OPCIÓN A

**A 1** *(Ejercicio de resolución de un problema de programación lineal)*

(a) El dibujo correspondiente a la región es el siguiente:




| X | Y | 5X + 3Y | 15X + 25Y |
|---|---|---|---|
| 4 | 7 | 41 | 235 |
| 7 | 5 | 50 | 230 |
| 5 | 0 | 25 | 75 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 3 | 9 | 75 |

(b) El valor máximo de la función $F(x,y)=5x+3y$ es 50 y se alcanza en el punto B(7 , 5). El valor máximo de la función $G(x,y)=15x+25y$ es 235 y se alcanza en el punto A(4 , 7).

**A 2** *(Ejercicio de cálculo de un máximo y un mínimo mediante derivadas, esbozo e interpretación de la gráfica de una función)*

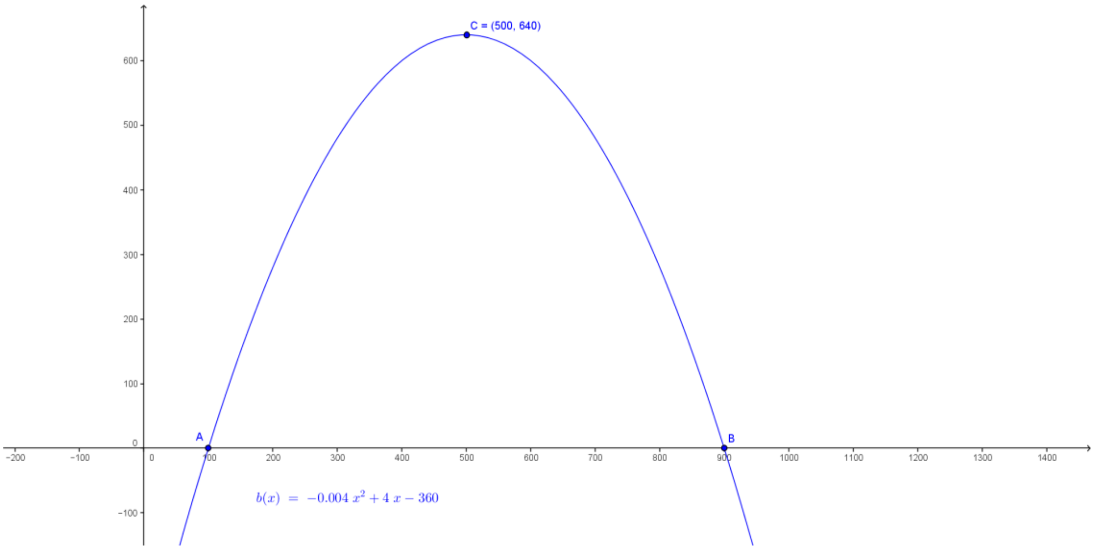
(a) ¿Cuál es el mayor beneficio posible? ¿Cuántos coches deben fabricarse para obtenerlo?

$B'(x) = -0{,}008x \ +4 = 0$, de donde $x = \dfrac{-4}{-0{,}008} = 500$; hay que fabricar 500 coches, obteniendo un beneficio de 640000 €

(b) ¿Cuántos coches hay que fabricar para que no se produzcan pérdidas (pérdida=beneficio negativo)?

$-0{,}004x^2 + 4x - 360 = 0$, hay que fabricar entre 100 y 900 coches

(c) Representar gráficamente dicha función




**A 3** *(Ejercicio de cálculo de probabilidades)*

(a) La probabilidad de que la primera bola sea negra y la segunda blanca

$$p(nb) = \frac{4}{8}\cdot\frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

(b) La probabilidad de que las dos bolas sean de distinto color

$$p(nb \vee bn) = \frac{4}{8}\cdot\frac{2}{6} + \frac{4}{8}\cdot\frac{3}{6} = \frac{20}{48} = \frac{5}{12}$$

(c) La probabilidad de que las dos bolas sean de igual color

$$p(bb \vee nn) = \frac{4}{8}\cdot\frac{3}{6} + \frac{4}{8}\cdot\frac{4}{6} = \frac{28}{48} = \frac{7}{12}$$

(d) La probabilidad de que la segunda bola sea blanca

$$p(2^{\text{a}} b) = p(bb \vee nb) = \frac{5}{12}$$

**A 4** *(Ejercicio de comprensión y manejo de distribuciones normales, en dos supuestos concretos, que requiere el uso de la estandarización y la tabla de la curva normal estándar)*

N (μ=1300, σ=600)

(a) Probabilidad de cobrar menos de 600€

$p(X \leq 600) = 0{,}121$; 12,1%

(b) Calcular el porcentaje de titulados que cobran entre 1.000 y 1.500 euros al mes.

$p(1000 \leq X \leq 1500) = 0{,}3208$; 32,08%

(c) Calcular el porcentaje de titulados que cobran más de 2.200 € al mes

$p(X > 2200) = 0{,}0668$; 6,68%

**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN**
**ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

## OPCIÓN B

**B 1** *(Ejercicio de cálculo matricial)*

(a) $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$ , $Y = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$

(b) Siendo $A^T$ la matriz traspuesta de la matriz $A$, calcular el producto $A \cdot B \cdot A^T$

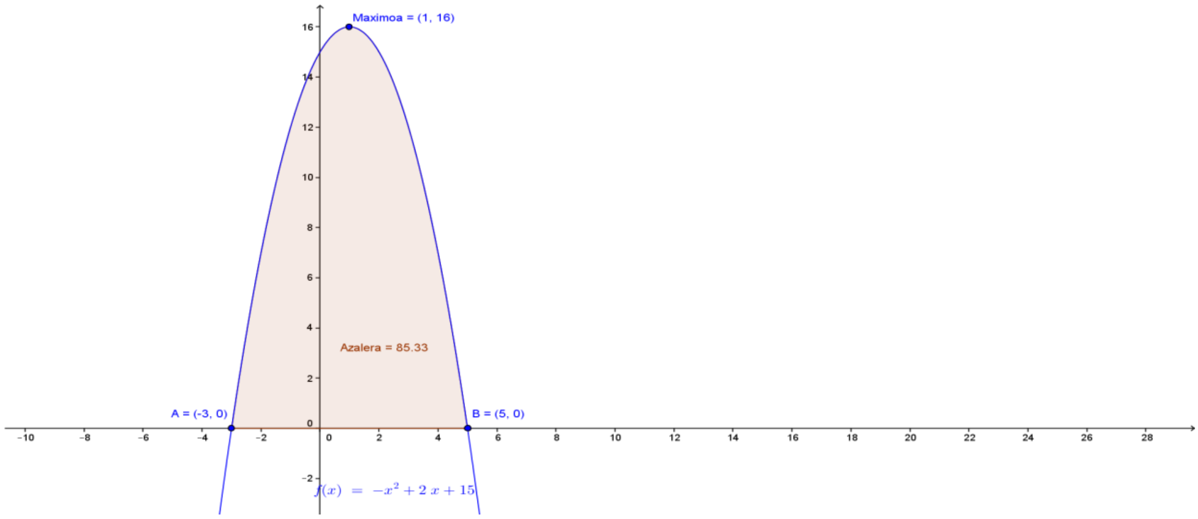
$$\begin{pmatrix} 0 & 10 \\ -3 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 15 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 10 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -500 & -150 \\ 120 & 135 \end{pmatrix} = 5 \cdot \begin{pmatrix} -100 & -30 \\ 24 & 27 \end{pmatrix}$$

**B 2** *(Ejercicio de cálculo de parámetros de una función y cálculo de un área)*

(a) Curva de ecuación $f(x) = px^2 + 2x + q$, $\begin{cases} y(2) = 4p + 4 + q = 15 \\ y'(1) = 2p + 2 = 0 \end{cases}$

Del sistema anterior se obtiene que $p = -1$ y $q = 15$; de donde $y = -x^2 + 2x + 15$

(b) Los cortes con el eje OX son (-3 , 0) y (5 , 0).

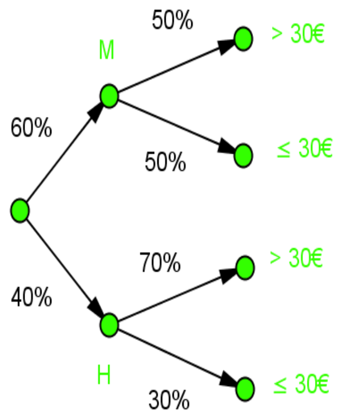



$$A = \int_{-3}^{5} (-x^2 + 2x + 15)dx = \frac{256}{3}$$

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN**
**ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

**B 3** *(Ejercicio de cálculo de probabilidades que puede resolverse mediante un diagrama de árbol y la probabilidad condicional)*




a) p(>30€) = 0,60·0,50+0,4·0,7 = 0,58

b)

$$p(H/<30€) = \frac{0{,}4\cdot 0{,}3}{0{,}4\cdot 0{,}3 + 0{,}6\cdot 0{,}5} = \frac{12}{42} = \frac{2}{7}$$

**B 4** *(Ejercicio de cálculo de un intervalo de confianza para la media de una población, que requiere conocer y aplicar correctamente la fórmula apropiada)*

N(μ, σ=30€), n = 225, $\bar{x} = 72$

Intervalo del 95%, $\bar{x} \pm z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 72 \pm 1{,}96\cdot\dfrac{30}{15} = (68{,}08;75{,}92)$

Intervalo del 99%, $\bar{x} \pm z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 72 \pm 2{,}58\cdot\dfrac{30}{15} = (66{,}84;77{,}16)$