

# Gizarte zientziei aplikaturiko matematika II

- BATXILERGOA
- LANDIBE HEZIKETA
- GOI MAILAKO HEZIKETA ZIKLOAK

Azterketa

Kalifikazio eta zuzenketa irizpideak



eman ta zabal zazu



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

NAZIOARTEKO  
BIKAINASUN  
CAMPUSA

CAMPUS DE  
EXCELENCIA  
INTERNACIONAL



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

2014ko EKAINA

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

JUNIO 2014

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

***Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.***

***Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.***

- Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, programagarriak ez badira.
- Orri honen atzeko partean banaketa normalaren taula dago.

***Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.***

***No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.***

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.





Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO  
PROBAK

2014ko EKAINA

GIZARTE ZIENTZIEI  
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA  
UNIVERSIDAD

JUNIO 2014

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS  
CIENCIAS SOCIALES II

## A AUKERA

### A 1 (gehienez 3 puntu)

(a) Izan bitez  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$  eta  $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$  matrizeak. Kalkula ezazu  $X$

matrizea,  $XA^2 = B$  ekuazio matriziala betetzeko.

(b) Aurkitu ezazu  $A^{17}$  matrizea. Arrazoitu prozedura.

### A 2 (gehienez 3 puntu)

Hilabete batean ekoiztako artikulu baten unitate kopuruak,  $x$ , unitate bakoitzaren salmenta-prezioan eragiten du honako funtzio honen bidez:  $p = 1000 - \frac{x^2}{300}$ .

Hilabeteko  $x$  unitate horien guztien kostua, eurotan, honako formula honen bidez emana dago:  $c = 100000 + 100x$

(a) Kalkulatu hileko diru-sarrerak,  $I$ , hilabete horretan ekoiztako  $x$  unitate guztiak saltzen badira. Kalkulatu hileko etekina,  $B$  (hots, hileko diru-sarrerak ken unitateak ekoizteko kostua).

(b) Zenbat unitate,  $x$ , ekoitzi behar dira etekina maximoa izateko? Zenbatekoa da etekin maximo hori?

(c) Orduan zenbatekoa da unitate bakoitzaren prezioa?

### A 3 (gehienez 2 puntu)

Eusko Jaurlaritzaren Larrialdi Zerbitzuak iragarri du hurrengo 48 orduetan denboralea izango dela, % 90eko probabilitatearekin. Denboralearekin, 6 metrotik gorako olatuak izateko probabilitatea % 50 da. Denboralerik gabe, neurri horretako olatuak izateko probabilitatea % 1 da.

(a) Zer probabilitate dago hurrengo 48 orduetan 6 metrotik gorako olatuak izateko?

(b) 6 metrotik gorako olatuak izan direla jakinik, zer probabilitate dago olatu horiek denboralea izan denean sortuak izateko?

### A 4 (gehienez 2 puntu)

Merkataritza-kate ezagun baten hileko salmentek 3.000 €-ko desbideratze tipikoa eta 45.000 €-ko batezbestekoa dituen banaketa normal bati jarraitzen diote. Kalkula itzazu probabilitate hauek, emaitzak portzentajetan adieraziz:

(a) Hileko salmentak 50.000 € baino gehiago izateko probabilitatea

(b) Hileko salmentak 42.000 € eta 46.000 € artean egoteko probabilitatea

(c) Hileko salmentak 39.000 € baino gutxiago izateko probabilitatea

(d) Hileko salmentak kopuru jakin bat baino handiagoa izateko probabilitatea % 1 dela jakinik, zein da kopuru jakin hori?



## B AUKERA

### B 1 (gehienez 3 puntu)

- (a) Egin ezazu inekuazio hauek mugatzen duten planoaren eremuaren adierazpen grafikoa:

$$0 \leq x, 2 \leq y; x + y \leq 8, -x + y \leq 4$$

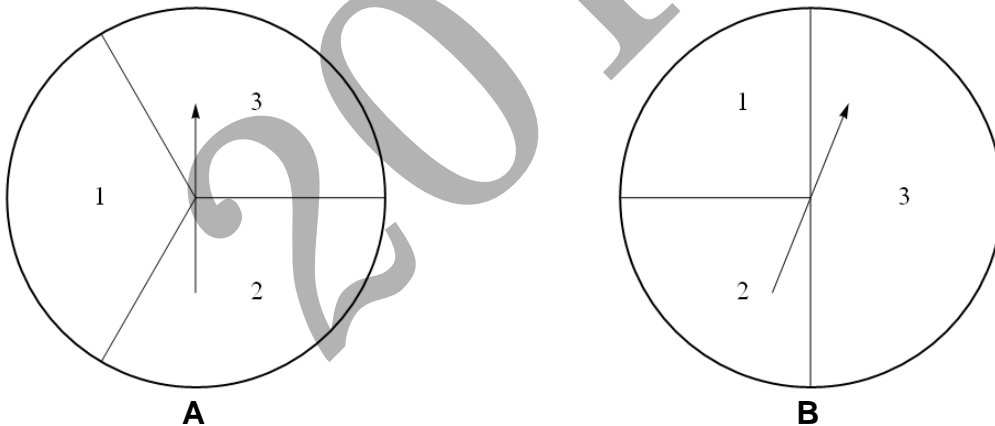
- (b) Aurkitu itzazu  $F(x, y) = x + 3y$  funtzioaren balio maximo eta minimoak eremu horretan, eta balio horiek zein puntutan lortzen diren.

### B 2 (gehienez 3 puntu)

- (a) Aurkitu itzazu  $a$  eta  $b$  parametroen balioak  $y = ax^3 + bx^2$  ekuazioa duen kurbak  $(1, 2)$  puntuan maximo erlatibo bat izan dezan.
- (b) Kalkula itzazu kurba horrek OX ardatzarekiko dituen ebaki-puntuak. Zirriborratu funtzioaren grafikoa. Kalkulatu kurba horrek eta OX ardatzaren parte positiboak mugatutako eskualde finituaren azalera.

### B 3 (gehienez 2 puntu)

A eta B irudietan agertzen diren bi erruletak ditugu:



- (a) A erruleta behin biraraztean, zer probabilitate du oinarrizko gertaera bakoitzak?
- (b) B erruleta behin biraraztean, zer probabilitate du oinarrizko gertaera bakoitzak?
- (c) A erruleta bi aldiz birarazten da. Zer probabilitate dago zenbaki berbera bi aldiz ateratzeko?
- (d) B erruleta bi aldiz birarazten da. Zer probabilitate dago bi zenbakiak desberdinak izateko?

### B 4 (gehienez 2 puntu)

Eskoziarrek independentziari buruz zer iritzi duten jakiteko egindako laginketan, 600 pertsonatik 450ek aldeko iritzia eman dute. Kalkula itzazu % 95eko eta % 99ko konfiantza-mailako tarteak independentziaren aldeko populazioaren proportziorako. Adieraz itzazu tarte horiek portzentajetan.



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

---

### GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

#### **Puntuazio-sistema**

Probaren puntuazioa guztira 0 eta 10 puntu bitartekoa izango da.

Lehenengo bi problemak 0 eta 3 puntu artean baloratuko dira, eta azken biak 0 eta 2 puntu artean.

Problema batean zenbait atal badaude, atal guztiak berdinean baloratuko dira.

Galdera batean erabili beharreko ebazpen-metodoa zehazten ez bada, galdera hori modu egokian ebazten duen edozein bide onartuko da.

#### **Balorazio positiboa merezi duten faktoreak**

- Planteamendu zuzenak.
- Kontzeptuak, hiztegia eta notazio zientifikoa zuzen erabiltzea.
- Zenbakizko datuak eta datu grafikoak interpretatzeko edo/eta kalkulatzeko erabiltzen diren teknika espezifikoak ezagutzea.
- Problema osorik bukatzea eta emaitzaren zehaztasuna.
- Bi emaitza soilik zenbakizko kalkuluetan erabilitako zehaztasun-mailan desberdintzen badira, biak ontzat emango dira.
- Ariketa ebaztean egindako pausoen azalpen argia.
- Aurkezpenaren txukuntasuna, bai eta unibertsitatera sartzean dagoen ikasle batek behar duen heldutasuna erakusten duen beste edozein alderdi.

#### **Balorazio negatiboa merezi duten faktoreak**

- Planteamendu okerrak.
- Kontzeptuen nahasketa.
- Kalkulu-akatsen ugaritasuna (oinarrizko gabezien adierazle delako).
- Akats bakanak, hausnarketa kritiko edo sen on falta erakusten dutenean (adibidez, problema baten soluzioa  $-3,7$  hozkailu dela esatea, edo probabilitate baten balioa  $2,5$  dela).
- Akats bakanak, haien ondorioz ebaztitako problema hasieran proposatutakoa baino errazagoa bilakatzen denean.
- Azalpenik eza, bereziki erabiltzen ari den aldagaien esanahiarena.
- Akats ortografiko larriak, desordena, garbitasun falta, idazkera okerra, eta unibertsitatera sartzean dagoen ikasle batek izan behar duen edozein ezaugarri desegoki.



**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN  
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

**EBAZPENAK**

**A AUKERA**

**A 1 (Kalkulu matrizialaren ariketa)**

(a)

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \text{ hortik, } X = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

(b)

$$A^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \text{ hortik } A^{17} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 17 & -1 \end{pmatrix}$$

**A 2 (Funtzio baten adierazpenaren kalkulua. Kalkulatu maximo bat deribatuen bidez. Funtzioaren balioak)**

(a) Hilabeteko diru-sarrerak  $I = x \cdot p = x(1000 - \frac{x^2}{300}) = 1000x - \frac{x^3}{300}$

Hileko etekina  $B = I - c = 1000x - \frac{x^3}{300} - 100000 - 100x = -\frac{x^3}{300} + 900x - 100000$

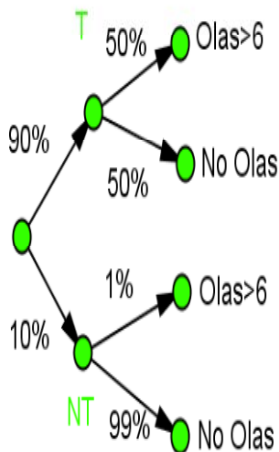
(b) Zenbat unitate ekoitzi behar dira etekina maximoa izateko? Zenbatekoa da etekin máximo hori?

$$B' = -\frac{3x^2}{300} + 900 = 0, \text{ hortik, } x = 300. \text{ Etekina: } B(300) = 100000$$

(c) Orduan zenbat da unitate bakoitzeko prezioa?

$$p(300) = 700\text{€}$$

**A 3 (Probabilitate baten kalkulua zuhaitz-diagramaren bidez eta probabilitate baldintzatua)**



a)  $p(\text{Olas}>6) = 0,90 \cdot 0,50 + 0,10 \cdot 0,01 = 0,451$

b)

$$p(T / \text{Olas}) = \frac{p(T \cap \text{Olas})}{p(\text{Olas})} = \frac{0,9 \cdot 0,5}{0,9 \cdot 0,5 + 0,1 \cdot 0,01} = \frac{0,45}{0,451} = 0,997$$



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

---

### A 4 (*Banaketa normalaren ulermena eta erabilpena*)

$N (\mu=45.000, \sigma=3.000)$

(a) Hileko salmentak 50.000 € baino gehiago:

$$p(X \geq 50000) = 0,475, \quad 4,75\%$$

(b) Hileko salmentak 42.000 € eta 46.000 € tartean egoteko:

$$p(42000 \leq X \leq 46000) = 0,4706, \quad 47,06\%$$

(c) Hileko salmentak 39.000 € baino gutxiago izateko:

$$p(X \leq 39000) = 0,0228, \quad 2,28\%$$

(d) Kopuru jakin kalkulatu:

$$p((X - 45000) / 3000 \geq a) = 0,01, \quad a = 2,33 \quad X = 51990\text{€}$$

2014

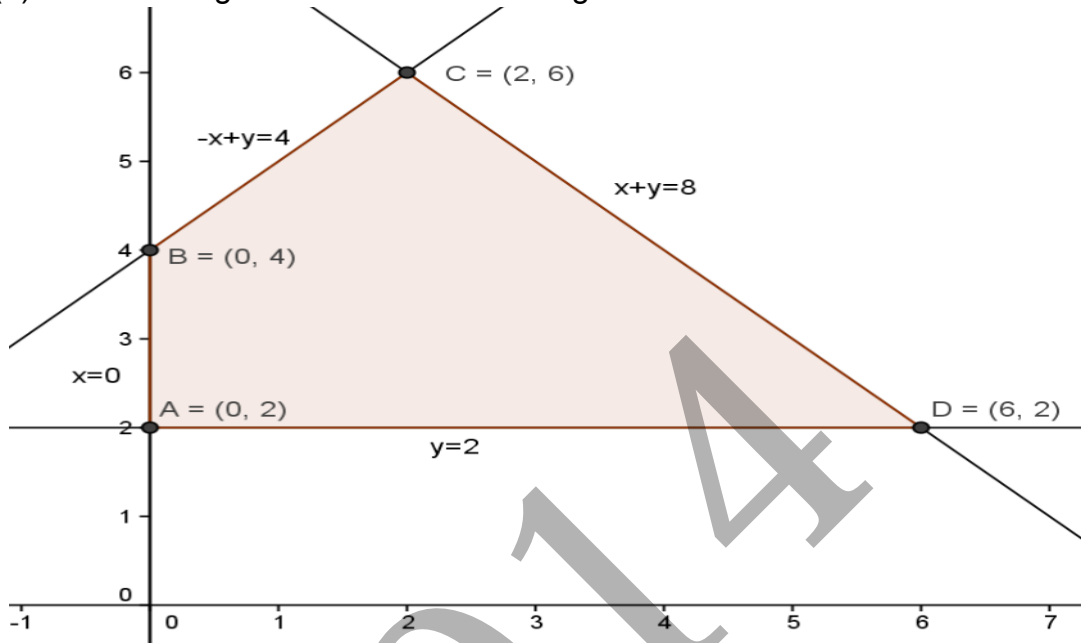


**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN  
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

**B AUKERA**

**B 1** (Programazio linealezko problema baten ebazpena)

(a) Eremuari dagokion irudia ondokoa dugu:



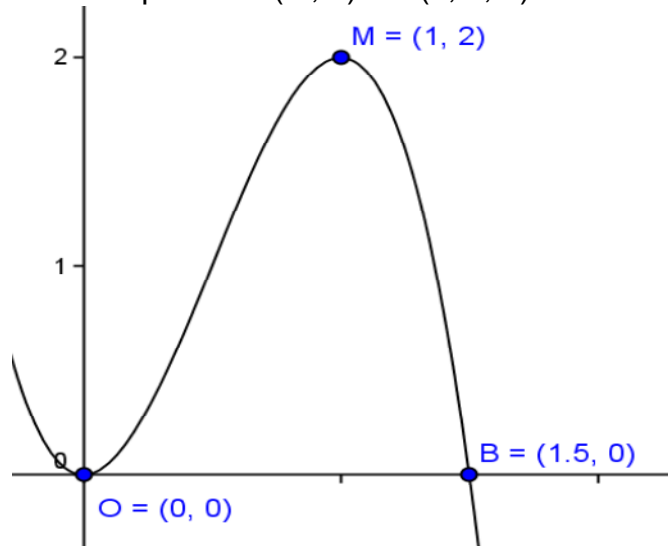
(b) Funtzioaren balio minimoa 6 da eta A(0, 2) puntuan erdiesten da. Balio maximoa 20 da eta C(2, 6) puntuan erdiesten da.

**B 2** (Funtzio baten parametroak, grafikoaren zirriborroa eta azalera bat kalkulatzeko ariketa)

(a) Kurbaren ekuazioa  $y = ax^3 + bx^2$ ,  $\begin{cases} y(1) = a + b = 2 \\ y'(1) = 3a + 2b = 0 \end{cases}$

Aurreko sistematik honako hau lortzen da:  $a = -4$  eta  $b = 6$ ; hortik  $y = -4x^3 + 6x^2$

(b) OX ardatzarekiko ebaki-puntuak: (0, 0) eta (1,5, 0).





**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN  
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

$$A = \int_0^{1.5} (-4x^3 + 6x^2) dx = \frac{27}{16}$$

**B 3 (Probabilitate-kalkulua)**

(a) A erruleta behin biratzean, zein da oinarrizko gertaera bakoitzeko probabilitatea?

$$p(1) = p(2) = p(3) = \frac{1}{3}$$

(b) B erruleta behin biratzean, zein da oinarrizko gertaera bakoitzeko probabilitatea?

$$p(1) = p(2) = \frac{1}{4} \quad p(3) = \frac{1}{2}$$

(c) A erruleta bi aldiz biratzen da. Zein da bi aldiz zenbaki berbera ateratzeko probabilitatea?

$$p(\text{zenbakiak}) = p(11) + p(22) + p(33) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 = \frac{1}{3}$$

(d) B erruleta bi aldiz biratzen da. Zein da zenbaki biak desberdinak izateko probabilitatea?

$$\begin{aligned} p(\neq \text{zenbakiaak}) &= p(12) + p(21) + p(23) + p(32) + p(13) + p(31) \\ &= 2 \left( \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \right) = \frac{5}{8} \end{aligned}$$

**B 4 (Populazio baten proportzioaren konfiantza-tartearen kalkulua. Formula egokia ezagutu eta modu zuzenean erabiltzea besterik ez da behar)**

$$n \geq 30, n = 600, \hat{p} = 0,75$$

95%eko konfiantza-tartea,

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}} = 0,75 \pm 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,75 \cdot 0,25}{600}} = (0,715; 0,784) = (71,5\%; 78,4\%)$$

99%eko konfiantza-tartea,

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}} = 0,75 \pm 2,58 \cdot \sqrt{\frac{0,75 \cdot 0,25}{600}} = (0,704; 0,795) = (70,4\%; 79,5\%)$$