PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD · 2014

Matemáticas II

· BACHILLERATO
· FORMACIÓN PROFESIONAL
· CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

Examen

Criterios de Corrección y Calificación

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

NAZIOARTEKO BIKAINTASUN CAMPUSA
CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

www.ehu.es

Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.
Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.

- Azterketa 5 ariketaz osatuta dago.
- Ariketa bakoitza 0 eta 2 puntu artean baloratuko da
- Programagarriak ez diren kalkulagailuak erabil daitezke.

Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.
No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.

- El examen consta de cinco ejercicios.
- Cada ejercicio será valorado entre 0 y 2 puntos.
- Se podrán utilizar calculadoras no programables.

OPCIÓN A

Ejercicio A1

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} x-2y-z&=-1\\ ax-y+2z&=2\\ x+2y+az&=3 \end{aligned}$$

a) Discutir el sistema según los valores del parámetro a.
b) Resolver el sistema cuando tenga más de una solución.

Ejercicio A2

Dada la recta $r \equiv \begin{cases} 4x-3y+4z=-1 \\ 3x-2y+z=-3 \end{cases}$ y el plano $2x - y + Az = 0$.

a) Calcular el valor de A para que la recta y el plano sean paralelos.
b) Obtener un plano perpendicular a la recta r y que pase por el origen de coordenadas.

Ejercicio A3

Sea f la función $f(x) = ax^3 + bx + c$.

a) Obtener los valores de a, b y c para que pase por el origen de coordenadas y tenga un mínimo en el punto (1, -1).
b) ¿La función obtenida tiene otros máximos o mínimos?

Ejercicio A4

Se considera el recinto del plano limitado por la curva: $y=-x^2+2x$ y por la curva: $y = x^2 - 10x$.

a) Dibujar el recinto.
b) Calcular el área del recinto.

Ejercicio A5

Sea N el número N = $2^a . 3^b$ Obtener el dígito correspondiente a las unidades de N en los siguientes casos

a) a = 2014, b = 2014
b) a = 800, b = 805.

OPCIÓN B

Ejercicio B1
Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ a & 1 & a \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$$

a) Determinar para qué valores del parámetro a la matriz *A* no tiene inversa.
b) Calcular, si es posible, la matriz inversa de *A* para a = -2, y en caso de que no sea posible razonar porqué.

Ejercicio B2
Calcular las coordenadas de un punto de la recta

r : $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$ que equidiste de los planos

$3x+4y-1= 0$ y $4x-3y+9= 0$.

Ejercicio B3
Se sabe que la función *F* es derivable en todos los puntos, y que está definida en el intervalo (- ∞, 0] por la fórmula $F(x) = 1 + 2x + Ax^2$ y en el intervalo (0, ∞) por la fórmula $F(x) = B + Ax$
a) Encontrar los valores de *A* y de *B* para que se verifiquen las condiciones anteriores.
b) Representar *F*.

Ejercicio B4
Calcular las integrales indefinidas que siguen, explicando el método de resolución.

a) $\int x.\cos(3x)dx$
b) $\int \frac{dx}{x^2 + 2x - 3}$

Ejercicio B5
Un comercio ha adquirido una partida de armarios y mesas. Los armarios han costado 649 € cada uno de ellos y las mesas 132 € cada una. El responsable del comercio no recuerda si el precio total ha sido de 2761 o 2716 €.
a) ¿Cuánto ha pagado exactamente? Razona la respuesta.
b) ¿Cuántos armarios y mesas ha comprado exactamente?

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN.

1. El examen se valorará con una puntuación entre 0 y 10 puntos.
2. Todos los problemas tienen el mismo valor: hasta 2 puntos.
3. Se valorará el planteamiento correcto, tanto global como de cada una de las partes, si las hubiere.
4. No se tomarán en consideración errores numéricos, de cálculo, etc., siempre que no sean de tipo conceptual.
5. Las ideas, gráficos, presentaciones, esquemas, etc., que ayuden a visualizar mejor el problema y su solución se valorarán positivamente.
6. Se valorará la buena presentación del examen.

Criterios particulares para cada uno de los problemas

OPCIÓN A

Problema A.1 (2 puntos)
- Resolución y discusión del sistema de manera adecuada (1 punto)
- Resolución adecuada del problema en el caso a=3 (1 punto)

Problema A.2 (2 puntos)
- Planteamiento del problema y obtención del valor A de manera correcta (1 punto)
- Obtención del plano pedido(1 punto)

Problema A.3 (2 puntos)
- Obtención de los tres parámetros imponiendo las condiciones (1 punto)
- Dibujo aproximado de la función (1 punto)

Problema A. 4 (2 puntos)
Para puntuar el problema se tendrán en cuenta:
- Dibujo de las dos parábolas y obtención del recinto(1 punto)
- Cálculo del área del recinto aplicando la regla de Barrow(1punto)

Problema A.5 (2 puntos)
- Obtención de las regularidades correspondientes a las terminaciones de los números y resolución correcta del problema en el apartado a) (1 punto).
- Obtención de las regularidades y resolución del problema en el caso b (1 punto)

OPCIÓN B

Problema B.1 (2 puntos)

- Resolución y discusión del determinante de la matriz de manera adecuada (1 punto)
- Obtención de la matriz inversa para el caso a= - 2 (1 punto)

Problema B.2 (2 puntos)

- Planteamiento del problema imponiendo la condición de equidistancia de un punto de la recta dada a los planos (1 punto)
- Resolución adecuada de los dos puntos solución (1 punto)

Problema B.3 (2 puntos)

- Obtención de los parámetros imponiendo la condición de derivabilidad y continuidad(1 punto)
- Dibujo aproximado de la función (1 punto)

Problema B. 4 (2 puntos)

- Cálculo de la primera integral (1 punto)
- Cálculo de la segunda integral(1 punto)

Problema B.5 (2 puntos)

- Planteamiento del problema, tanto de manera analítica como por medio de una tabla u otro procedimiento (1 punto).
- Resolución correcta por cualquier procedimiento (1 punto)

SOLUCIONES

OPCIÓN A

Problema A.1

a) El determinante del sistema es $|A| = 2a^2 - 3a - 9$, se anula para los valores a = 3 y a =-3/2. Por tanto para todo valor de a distinto de estos valores el sistema es compatible determinado.
   - Para a = -3/2 la matriz tiene rango 2 y la ampliada tiene rango 3, por tanto el sistema es incompatible.
   - Para a = 3 el rango de la matriz y de la ampliada es igual a 2, por tanto el sistema es compatible indeterminada (este es el caso a estudiar en el apartado b).

b) Para a= 3 la solución del sistema es x = m, y= m, z = 1-m, por tanto la solución es : (m, m, 1-m) con m valor real.

Problema A.2

a) Para que sean paralelos se ha de verificar que el vector normal del plano y el vector director de la recta han de ser perpendiculares. Por tanto su producto escalar ha de ser cero. El vector normal del plano es (2, -1, A) y el vector director de la recta es (5, 8,1) Imponiendo la condición de producto escalar nos da: A = -2.

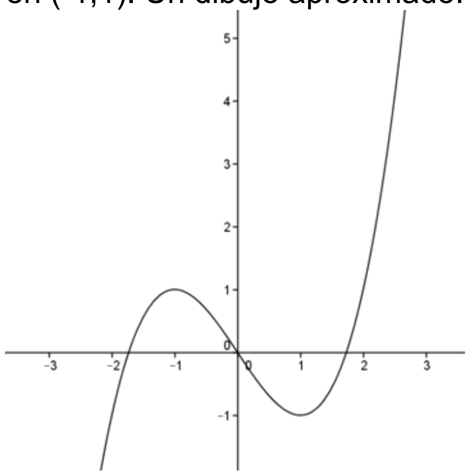
b) El plano perpendicular a la recta y que pasa por el origen de coordenadas es.5x+8y+z = 0, ya que sabemos su vector normal (que es el director de la recta) y además pasa por el punto (0,0,0).

Problema A.3

a) Al imponer la condición de pasar por el origen obtenemos c = 0, por contener la función al punto A(1, -1) obtenemos la condición a+ b= 1, por poseer un mínimo en A, obtenemos que 3 a + b= 0, resolviendo tenemos:

   a= ½, b= -3/2 , c = 0, por tanto la función es : $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x$

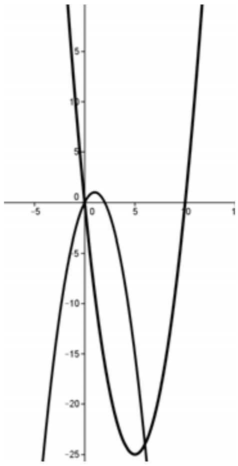
b) Tiene un máximo local en (-1,1). Un dibujo aproximado:



CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

Problema A.4

a) Las dos gráficas son sendas parábolas



Sus puntos de intersección son los puntos x = 0 y x = 6.

b) Por tanto el área del recinto pedido es :

$$\int_0^6 \left[(-x^2+2x)-(x^2-10x)\right]dx = 72$$ unidades cuadradas.

Problema A.5

a) Si a = b = 2014, entonces N = 6^{2014}, que evidentemente acaba en 6.

b) Para a= 800 y b = 805 podemos poner N = $6^{800}.3^{5}$. La terminación del primer término de la multiplicación es 6, mientras que la del segundo es 3. Por tanto la terminación pedida es 8.

OPCIÓN B

Problema B.1

a) La matriz A no tendrá inversa si su determinante es cero. Como $|A| = 1 - a^2$, para los valores a = 1 y a =-1 la matriz A no tendrá inversa.

b) Para a = -2 su inversa es : $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -\frac{2}{3} & \frac{-1}{3} & 0 \\ \frac{-4}{3} & \frac{-2}{3} & 1 \end{pmatrix}$

Problema B.2

Los puntos de la recta en función del parámetro t se pueden poner:

x= 2 t+2; y= 3 t-1 ; z= 2 t+2

Al imponer la condición de equidistancia tenemos que:

$$\left|\frac{3(2t+2)+4(3t-1)-1}{\sqrt{3^2+4^2}}\right| = \left|\frac{4(2t+2)-3(3t-1)+9}{\sqrt{4^2+3^2}}\right|$$

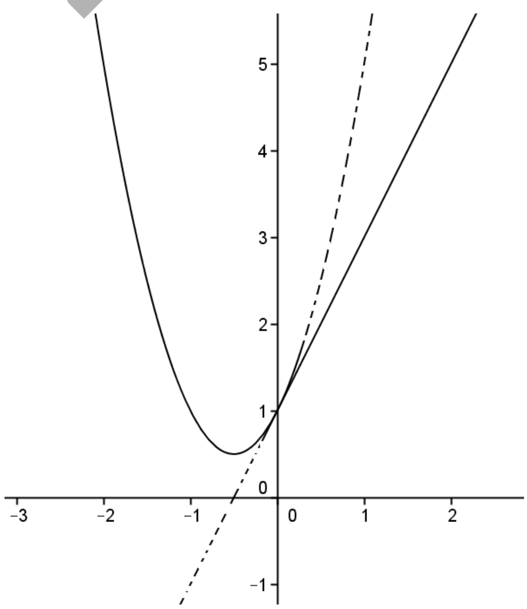
Desarrollando y teniendo presente el valor absoluto obtenemos dos soluciones, t = 1, t = -21/17, por tanto los puntos buscados son:

(4, 2, 4) y (-8/17, -80/17, -8/17)

Problema B.3

c) Por ser derivable en todos los puntos es continua en todos los puntos. Estudiamos el punto x = 0, puesto que en los demás puntos no hay problemas.

d) Se tiene que verificar por continuidad que 1= B, y además por ser derivable que A=2, por tanto la gráfica es:



Se compone de una recta y una parábola.

Problema B.4

a) La primera la haremos por partes: $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos(3x)dx \end{cases}$. La solución es:

$$I = \frac{x}{3}.sen(3x) + \frac{1}{9}.\cos(3x) + C$$

b) Es una integral racional, con raíces en el denominador 1 y -3. Descomponiendo en fracciones simples, nos da

$$I = \frac{-1}{4}\ln|x+3| + \frac{1}{4}\ln|x-1| + C$$

Problema B.5

Llamando x al número de armarios e y al número de mesas podemos poner la siguiente condición:

649x+132 y = Precio total,

Existen por tanto dos posibilidades:

649 x+132 y = 2761 o bien 649 x+132 y = 2716.

Si despejamos la x en cada caso, tenemos

$$x = \frac{2761-132y}{649} \text{ o bien } x = \frac{2716-132y}{649}$$

Probando para valores y = 0, 1, 2, 3, 4,…. en los dos casos e imponiendo la condición de de x ha de ser un número natural , nos da como respuesta exacta.

a) 2761 euros
b) Son y = 16 mesas, x = 1 armario.