PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD · 2015

Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II

- BACHILLERATO
- FORMACIÓN PROFESIONAL
- CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

Examen

Criterios de Corrección y Calificación

Universidad del País Vasco

Euskal Herriko Unibertsitatea

NAZIOARTEKO BIKAINTASUN CAMPUSA

CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.

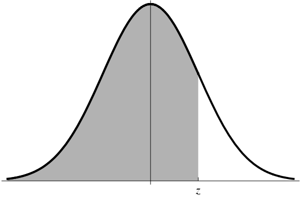
Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.

- Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, programagarriak ez badira.
- Orri honen atzealdean, banaketa normalaren taula dago.

Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.

No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.



$N(0,1)$ kurbak $-\infty$-tik z-raino mugatutako azalerak

Áreas limitadas por la curva $N(0,1)$ desde $-\infty$ hasta z

	0	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0'5359
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714	0'5753
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103	0'6141
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480	0'6517
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844	0'6879
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0'7224
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517	0'7549
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823	0'7852
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106	0'8133
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365	0'8389
1	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599	0'8621
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810	0'8830
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997	0'9015
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162	0'9177
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306	0'9319
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429	0'9441
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535	0'9545
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625	0'9633
1'8	0'9641	0'9649	0'9656	0'9664	0'9671	0'9678	0'9686	0'9693	0'9699	0'9706
1'9	0'9713	0'9719	0'9726	0'9732	0'9738	0'9744	0'9750	0'9756	0'9761	0'9767
2	0'9772	0'9778	0'9783	0'9788	0'9793	0'9798	0'9803	0'9808	0'9812	0'9817
2'1	0'9821	0'9826	0'9830	0'9834	0'9838	0'9842	0'9846	0'9850	0'9854	0'9857
2'2	0'9861	0'9864	0'9868	0'9871	0'9875	0'9878	0'9881	0'9884	0'9887	0'9890
2'3	0'9893	0'9896	0'9898	0'9901	0'9904	0'9906	0'9909	0'9911	0'9913	0'9916
2'4	0'9918	0'9920	0'9922	0'9925	0'9927	0'9929	0'9931	0'9932	0'9934	0'9936
2'5	0'9938	0'9940	0'9941	0'9943	0'9945	0'9946	0'9948	0'9949	0'9951	0'9952
2'6	0'9953	0'9955	0'9956	0'9957	0'9959	0'9960	0'9961	0'9962	0'9963	0'9964
2'7	0'9965	0'9966	0'9967	0'9968	0'9969	0'9970	0'9971	0'9972	0'9973	0'9974
2'8	0'9974	0'9975	0'9976	0'9977	0'9977	0'9978	0'9979	0'9979	0'9980	0'9981
2'9	0'9981	0'9982	0'9982	0'9983	0'9984	0'9984	0'9985	0'9985	0'9986	0'9986
3	0'9987	0'9987	0'9987	0'9988	0'9988	0'9989	0'9989	0'9989	0'9990	0'9990
3'1	0'9990	0'9991	0'9991	0'9991	0'9992	0'9992	0'9992	0'9992	0'9993	0'9993
3'2	0'9993	0'9993	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9995	0'9995	0'9995
3'3	0'9995	0'9995	0'9995	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9997
3'4	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9998
3'5	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998
3'6	0'9998	0'9998	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'7	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'8	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'9	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000

OPCIÓN A

A 1 *(hasta 3 puntos)*

a) Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -1\end{pmatrix}$. Calcular la matriz X para la que se verifica la ecuación matricial $AX = B - C$

b) Halla la matriz Y para la que se verifica la ecuación matricial $YA = B^2$

A 2 *(hasta 3 puntos)*

El beneficio diario B(x) obtenido por una empresa al vender x unidades de un artículo viene dado por la función:

$$B(x) = -x^2 + 360x - 18000 \qquad 50 \le x \le 350$$

a) ¿Cuál es el beneficio obtenido al vender 100 unidades? ¿Cuántas unidades se han vendido si el beneficio diario ha sido de 13500 euros?

b) ¿Cuál es el número de unidades que hay que vender para que el beneficio sea máximo? ¿A cuánto asciende ese beneficio?

c) ¿Cuántas unidades hay que vender para no tener pérdidas?

A 3 *(hasta 2 puntos)*

Se dispone de dos dados, uno normal y el otro trucado, pero iguales en apariencia. La probabilidad de sacar 2 con el dado trucado es 0,25 siendo los otros resultados equiprobables. Se elige uno de los dos dados al azar y se realiza un lanzamiento. Calcular las siguientes probabilidades:

a) Probabilidad de obtener un 2

b) Dado que ha salido un 2, ¿probabilidad de haber elegido el dado trucado?

A 4 *(hasta 2 puntos)*

Se quiere estimar la proporción de estudiantes de una universidad que tienen carnet de conducir. Para ello se ha obtenido una muestra aleatoria de 400 estudiantes, de los cuáles 240 tienen carnet de conducir. Calcular los intervalos de confianza del 95% y 99% para la proporción de estudiantes de la universidad con carnet de conducir.

OPCIÓN B

B 1 *(hasta 3 puntos)*

a) Representar gráficamente la región del plano definida por las inecuaciones:

$$0 \le x \ ,\ 0 \le y\ ,\ x \le 6\ ,\ y \le 8\ ,\ x \le y\ ,\ y \le 2x$$

b) Hallar el valor máximo de la función $F(x,y) = x + 2y$ en dicha región y los puntos en los que se alcanza.

B 2 *(hasta 3 puntos)*

a) Calcular los valores de los parámetros a y b para que la curva de ecuación $y = f(x) = x^3 + ax^2 + b$, presente un extremo relativo en el punto (2 , 6). ¿Qué tipo de extremo es?

b) Calcular la integral definida: $\int_1^2 f(x)dx$

B 3 *(hasta 2 puntos)*

Tenemos seis tarjetas numeradas del 1 al 6. Se toman, a la vez, dos tarjetas al azar. Se pide:

a) Probabilidad de que la suma de sus números sea 7.

b) Probabilidad de que la suma de sus números sea un número par.

B 4 *(hasta 2 puntos)*

El número de páginas que se pueden escribir con los bolígrafos de una determinada marca sigue una distribución normal de media 80 páginas y desviación típica 12 páginas. Se pide calcular:

a) La probabilidad de que el número de páginas escritas sea superior a 100

b) La probabilidad de que el número de páginas escritas sea inferior a 50

c) La probabilidad de que el número de páginas escritas esté comprendido entre 75 y 85

d) ¿Cuál es, con una probabilidad del 95%, el número máximo de páginas que se pueden esperar escribir con uno de estos bolígrafos?

CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Sistema de puntuación

La puntuación total de la prueba estará entre 0 y 10 puntos.
Cada uno de los dos primeros problemas se valorará de 0 a 3 puntos, y cada uno de los dos últimos de 0 a 2 puntos.
Cuando un problema conste de varios apartados, todos ellos se valorarán por igual.
En aquellas cuestiones en las que no se especifique el método de resolución que se ha de aplicar, se admitirá cualquier forma de resolverlo correctamente.

Aspectos que merecen valoración positiva

- Los planteamientos correctos.
- La correcta utilización de conceptos, vocabulario y notación científica.
- El conocimiento de técnicas específicas de aplicación directa para el cálculo y/o interpretación de datos numéricos y gráficos.
- La terminación completa del ejercicio y la exactitud del resultado.
- Se considerarán igualmente válidas dos soluciones que solo se diferencien en el grado de exactitud empleado en los cálculos numéricos.
- La claridad de las explicaciones de los pasos seguidos.
- La pulcritud de la presentación, y cualquier otro aspecto que refleje la madurez que cabe esperar de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

Aspectos que merecen valoración negativa

- Los planteamientos incorrectos.
- La confusión de conceptos.
- La abundancia de errores de cálculo (por ser indicativa de deficiencias de orden básico).
- Los errores aislados, cuando indican falta de reflexión crítica o de sentido común (por ejemplo, decir que la solución a tal problema es -3,7 frigoríficos, o que cierta probabilidad vale 2,5).
- Los errores aislados, cuando conducen a problemas más sencillos que los inicialmente propuestos.
- La ausencia de explicaciones, en particular del significado de las variables que se están utilizando.
- Los errores ortográficos graves, el desorden, la falta de limpieza, la mala redacción y cualquier otro aspecto impropio de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

SOLUCIONES

OPCIÓN A

A 1 (Ejercicio de cálculo matricial)

a)

$$A \cdot X = B - C; \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ de donde } a = 2,\ b = -2,\ c = -1,\ d = -1$$

$$X = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

b)

$$Y \cdot A = B^2; \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \text{ de donde } a = \frac{-1}{2},\ b = \frac{1}{2},\ c = 1,\ d = 3$$

$$X = \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

A 2 (Cálculo de valores de una función y de su máximo mediante derivadas. Interpretación)

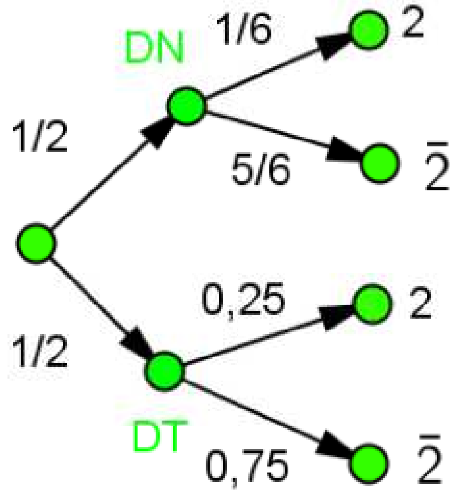
$B(x) = -x^2 + 360x - 18000$, $50 \le x \le 350$

a) $B(100) = 8000€$, $13500 = -x^2 + 360x - 18000$, de donde $x = 210€$ o $x = 150€$

b) $B'(x) = -2x + 360 = 0$, de donde $x = 180$, $B(180) = 14400€$

c) $B(x) = -x^2 + 360x - 18000 = 0$, de donde el número de unidades que se deben vender debe estar entre 60 y 300

A 3 *(Ejercicio de cálculo de probabilidades que puede resolverse mediante un diagrama de árbol y la probabilidad condicional)*



a) p(2) = 0,5·0,17 + 0,5· 0,25 = 0,21

b)

$$p(DT/2)=\frac{p(DT\cap 2)}{p(2)}=\frac{0{,}5\cdot 0{,}25}{0{,}21}=0{,}60$$

A 4 *(Ejercicio de cálculo de un intervalo de confianza para la proporción de una población, que requiere conocer y aplicar correctamente la fórmula apropiada)*

$n \geq 30$, n = 400, $\hat{p} = 0{,}60$

Intervalo del 95%,

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot(1-\hat{p})}{n}} = 0{,}60 \pm 1{,}96\cdot\sqrt{\frac{0{,}60\cdot 0{,}40}{400}} = (0{,}552;0{,}648)$$

Intervalo del 99%,

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot(1-\hat{p})}{n}} = 0{,}60 \pm 2{,}58\cdot\sqrt{\frac{0{,}60\cdot 0{,}40}{400}} = (0{,}536;0{,}663)$$

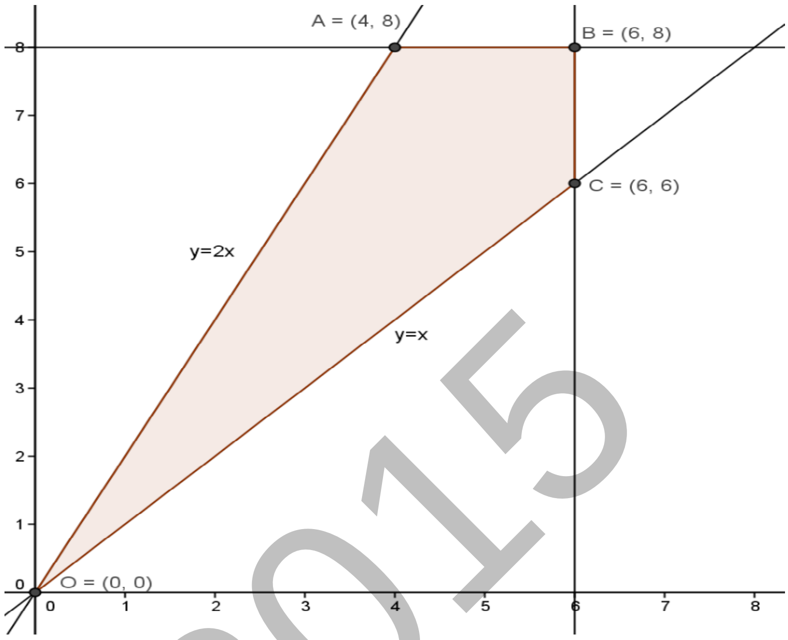
Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

OPCIÓN B

B 1 *(Ejercicio de resolución de un problema de programación lineal)*

a) El dibujo correspondiente a la región es el siguiente:



b) El $\max F(x,y) = 22$ y se alcanza en el punto B(6 , 8).

B 2 *(Ejercicio de cálculo de parámetros de una función y cálculo de un área)*

a) $y' = 3x^2 + 2ax$, $\begin{cases} y(2) = 8 + 4a + b = 6 \\ y'(2) = 12 + 4a = 0 \end{cases}$

Del sistema anterior se obtiene que $a = -3$ y $b = 10$; de donde $y = x^3 - 3x^2 + 10$

La segunda derivada de la función es $y'' = 6x - 6$, por lo tanto $y''(2) = 6 > 0$, y el punto (2,6) es un mínimo relativo

b) $\int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 10)dx = \frac{27}{4}$

CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

B 3 *(Ejercicio de cálculo de probabilidades que puede resolverse mediante una tabla de doble entrada)*

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1		*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
2	*3*		*5*	*6*	*7*	*8*
3	*4*	*5*		*7*	*8*	*9*
4	*5*	*6*	*7*		*9*	*10*
5	*6*	*7*	*8*	*9*		*11*
6	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	

a)

$$p(suma=7)=\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$$

b)

$$p(suma = par)=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$$

B 4 *(Ejercicio de comprensión y manejo de distribuciones normales)*

N (μ=80, σ=12)

a) La probabilidad de que el número de páginas escritas sea superior a 100
$p(X>100)=0{,}0475$

b) La probabilidad de que el número de páginas escritas sea inferior a 50
$p(X<50)=0{,}0062$

c) La probabilidad de que el número de páginas escritas esté comprendido entre 75 y 85
$p(75\le X\le 85)=0{,}3256$

d) ¿Cuál es, con una probabilidad del 95%, el número máximo de páginas que se pueden esperar escribir con uno de estos bolígrafos?
$p(X\le n)=0{,}95$, $n=99$