Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II

- BACHILLERATO
- FORMACIÓN PROFESIONAL
- CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

UPV/EHU

2016

Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.

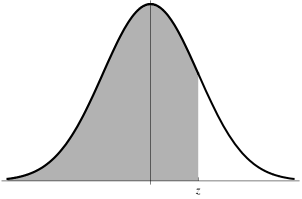
Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.

- Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, programagarriak ez badira.
- Orri honen atzealdean, banaketa normalaren taula dago.

Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.

No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.



$N(0,1)$ kurbak $-\infty$-tik z-raino mugatutako azalerak

Áreas limitadas por la curva $N(0,1)$ desde $-\infty$ hasta z

	0	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0'5359
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714	0'5753
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103	0'6141
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480	0'6517
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844	0'6879
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0'7224
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517	0'7549
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823	0'7852
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106	0'8133
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365	0'8389
1	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599	0'8621
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810	0'8830
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997	0'9015
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162	0'9177
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306	0'9319
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429	0'9441
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535	0'9545
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625	0'9633
1'8	0'9641	0'9649	0'9656	0'9664	0'9671	0'9678	0'9686	0'9693	0'9699	0'9706
1'9	0'9713	0'9719	0'9726	0'9732	0'9738	0'9744	0'9750	0'9756	0'9761	0'9767
2	0'9772	0'9778	0'9783	0'9788	0'9793	0'9798	0'9803	0'9808	0'9812	0'9817
2'1	0'9821	0'9826	0'9830	0'9834	0'9838	0'9842	0'9846	0'9850	0'9854	0'9857
2'2	0'9861	0'9864	0'9868	0'9871	0'9875	0'9878	0'9881	0'9884	0'9887	0'9890
2'3	0'9893	0'9896	0'9898	0'9901	0'9904	0'9906	0'9909	0'9911	0'9913	0'9916
2'4	0'9918	0'9920	0'9922	0'9925	0'9927	0'9929	0'9931	0'9932	0'9934	0'9936
2'5	0'9938	0'9940	0'9941	0'9943	0'9945	0'9946	0'9948	0'9949	0'9951	0'9952
2'6	0'9953	0'9955	0'9956	0'9957	0'9959	0'9960	0'9961	0'9962	0'9963	0'9964
2'7	0'9965	0'9966	0'9967	0'9968	0'9969	0'9970	0'9971	0'9972	0'9973	0'9974
2'8	0'9974	0'9975	0'9976	0'9977	0'9977	0'9978	0'9979	0'9979	0'9980	0'9981
2'9	0'9981	0'9982	0'9982	0'9983	0'9984	0'9984	0'9985	0'9985	0'9986	0'9986
3	0'9987	0'9987	0'9987	0'9988	0'9988	0'9989	0'9989	0'9989	0'9990	0'9990
3'1	0'9990	0'9991	0'9991	0'9991	0'9992	0'9992	0'9992	0'9992	0'9993	0'9993
3'2	0'9993	0'9993	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9995	0'9995	0'9995
3'3	0'9995	0'9995	0'9995	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9997
3'4	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9998
3'5	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998
3'6	0'9998	0'9998	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'7	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'8	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'9	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco | Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK	*PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD*
2016ko UZTAILA	*JULIO 2016*
GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II	*MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II*

OPCIÓN A

A 1 *(hasta 3 puntos)*
Consideramos la función lineal $F(x,y) = 15x + 6y$ definida en el plano XY y las siguientes restricciones:

$$6 \leq 2x + 3y \leq 29, \quad 0 \leq y \leq -1 + 2x, \quad 5x + 2y \leq 45.$$

a) Dibujar en el plano XY la región de soluciones factibles que cumplen las restricciones.
b) Hallar los máximos y mínimos de la función $F(x,y)$ en la región descrita en el apartado anterior.

A 2 *(hasta 3 puntos)*
El polinomio cúbico $f(x) = ax^3 + bx - 22$ pasa por el punto $(1,0)$ y tiene un máximo en $x = 2$. Responder las siguientes preguntas:

a) Encontrar con la información anterior los coeficientes a y b.
b) Encontrar el mínimo y el máximo de la función $f(x)$ y hacer un esbozo de la gráfica del polinomio con todas sus características significativas.

A 3 *(hasta 2 puntos)*
Un productor de Ecuador y otro de Brasil trasladan cajas idénticas de una tonelada (tn) de peso a un almacén. Cada caja puede contener plátanos o café. El productor de Brasil aporta 600 cajas de plátanos y 1.200 de café y el de Ecuador aporta 750 cajas de plátanos y un número desconocido de cajas de café. Responder las siguientes preguntas:

a) ¿Cuántas toneladas de café habrá aportado Ecuador si el café es el 60 % del contenido del almacén?

Un cliente compra café de Ecuador dejando sólo 400 tn de este producto en el almacén.

b) Si alguien elige al azar consecutivamente dos cajas, ¿cuál es la probabilidad de que sean del mismo país?
c) ¿Qué probabilidad hay de que si una caja elegida al azar es de plátanos, su origen sea Ecuador?

A 4 *(hasta 2 puntos)*
En una muestra de 300 universitarios el 80 % ha respondido que acude semanalmente al cine.

a) ¿Entre qué valores se encuentra, con un nivel de confianza del 95 %, la proporción del total de universitarios que acude todas las semanas al cine?
b) ¿Y el intervalo para la proporción anterior con un nivel de confianza del 99 %?

OPCIÓN B

B 1 *(hasta 3 puntos)*

a) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ a & b \end{pmatrix}$, determinar los valores de los parámetros a y b para que se verifique la ecuación matricial $A^2 = 2A$.

b) Dadas las matrices $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, calcular la matriz $D=B^{50}\cdot C^T$ (C^T es la matriz traspuesta de C).

B 2 *(hasta 3 puntos)*

A lo largo de la semana una planta potabilizadora de agua aporta al depósito municipal una cantidad de litros expresada por la función $p(x) = 10x^2-100x+550$, donde $0 \leq x \leq 7$ representa el instante de la semana medido en días. De la misma manera, la demanda de agua se representa por la función $d(x) = -10x^2 + 80x + 240$. Por un lado el flujo de agua en el instante x es la diferencia entre lo aportado y lo extraído, es decir, $f(x) = p(x) - d(x)$ y por otro el excedente $e(r)$ es la cantidad de agua acumulada hasta el momento r, $e(r) = \int_0^r f(x)dx$. Responder:

a) ¿Cuál es el instante de mayor demanda?

b) ¿En qué intervalo de tiempo el flujo es negativo, es decir, el depósito se está vaciando?

c) ¿Cuál es el excedente al final de la semana (r = 7)?

B 3 *(hasta 2 puntos)*

Un concesionario vende vehículos de dos gamas: U (urbano) y L (lujoso). El 60 % son de la gama U; de éstos, el 4 % vienen con cambio automático (A), mientras que el resto de los de gama U son de cambio manual (M). En el stock total el porcentaje de vehículos con cambio automático A es el 5 % y de cambio manual M el 95 %.

a) Si se elige un vehículo al azar y tiene cambio automático, hallar la probabilidad de que sea urbano.

b) ¿Qué porcentaje de vehículos de lujo tienen cambio automático?

B 4 *(hasta 2 puntos)*

Las calificaciones de 1000 estudiantes sometidos a un test de inteligencia se distribuyen normalmente con media 70 y desviación típica 20. Calcular:

a) La probabilidad de que un estudiante obtenga más de 80 puntos.

b) La probabilidad de que un estudiante obtenga menos de 50 puntos.

c) ¿Cuál es, con una probabilidad del 95 %, la calificación máxima que se puede esperar alcanzar?

CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Sistema de puntuación

La puntuación total de la prueba estará entre 0 y 10 puntos.
Cada uno de los dos primeros problemas se valorará de 0 a 3 puntos, y cada uno de los dos últimos de 0 a 2 puntos.
Cuando un problema conste de varios apartados, todos ellos se valorarán por igual.
En aquellas cuestiones en las que no se especifique el método de resolución que se ha de aplicar, se admitirá cualquier forma de resolverlo correctamente.

Aspectos que merecen valoración positiva

- Los planteamientos correctos.
- La correcta utilización de conceptos, vocabulario y notación científica.
- El conocimiento de técnicas específicas de aplicación directa para el cálculo y/o interpretación de datos numéricos y gráficos.
- La terminación completa del ejercicio y la exactitud del resultado.
- Se considerarán igualmente válidas dos soluciones que solo se diferencien en el grado de exactitud empleado en los cálculos numéricos.
- La claridad de las explicaciones de los pasos seguidos.
- La pulcritud de la presentación, y cualquier otro aspecto que refleje la madurez que cabe esperar de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

Aspectos que merecen valoración negativa

- Los planteamientos incorrectos.
- La confusión de conceptos.
- La abundancia de errores de cálculo (por ser indicativa de deficiencias de orden básico).
- Los errores aislados, cuando indican falta de reflexión crítica o de sentido común (por ejemplo, decir que la solución a tal problema es -3,7 frigoríficos, o que cierta probabilidad vale 2,5).
- Los errores aislados, cuando conducen a problemas más sencillos que los inicialmente propuestos.
- La ausencia de explicaciones, en particular del significado de las variables que se están utilizando.
- Los errores ortográficos graves, el desorden, la falta de limpieza, la mala redacción y cualquier otro aspecto impropio de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

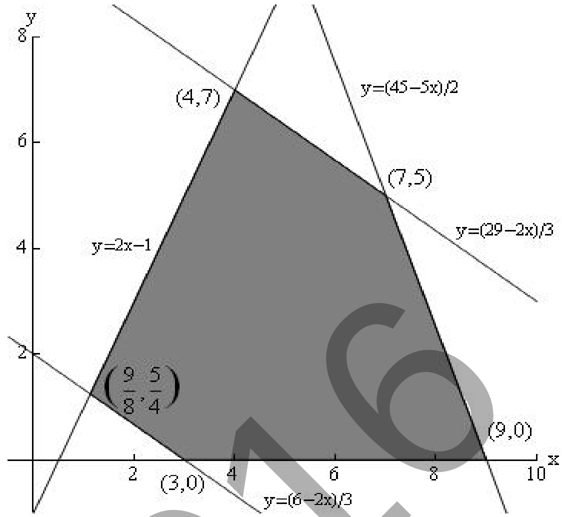
CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

SOLUCIONES

OPCIÓN A

A 1 (*Resolución de un problema de programación lineal*)

a) La siguiente figura corresponde al dominio:



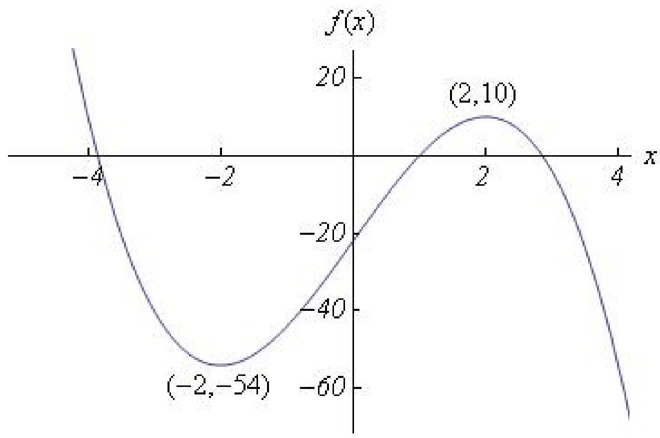
b) El mínimo se obtiene en el punto $F\left(\frac{9}{8},\frac{5}{4}\right) = 24{,}375$ y el máximo en todos los puntos (x,y) del segmento entre (7,5) y (9,0) y vale $F(x,y) = 135$.

A 2 (Cálculo de parámetros de una función. Interpretación)

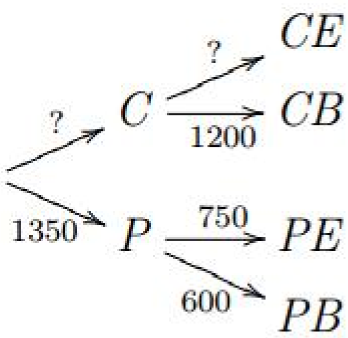
$$f(x) = ax^3 + bx - 22$$

a) $f'(x) = 3ax^2 + b$, en consecuencia $0 = f'(2) = 12a + b \Rightarrow b = -12a$
Además $0 = f(1) = a - 12a - 22 \Rightarrow a = -2,\ b = 24$

b) $f(x) = -2x^3 + 24x - 22 \Rightarrow f'(x) = -6x^2 + 24 \Rightarrow f''(x) = -12x$
$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 2$ son los extremos de la función.
$f''(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ es el punto de inflexión.
$f''(2) = -24 \Rightarrow x = +2$ es el máximo y $f''(-2) = 24 \Rightarrow x = -2$ el mínimo.
$\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$ eta $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$



A 3 *(Ejercicio de cálculo de probabilidades que puede resolverse mediante un diagrama de árbol y la probabilidad condicional)*



Para definir el árbol:

CE Toneladas de café de Ecuador,

CB Toneladas de café de Brasil,

PE Toneladas de plátanos de Ecuador,

PB Toneladas de plátanos de Brasil,

P=plátano, *C*=café, *B*=Brasil, *E*=Ecuador

a) $60\% = \frac{60}{100} = \frac{CE+1200}{CE+1200+750+600} \Rightarrow CE = 825$

b) Siendo $CE = 400$, en total hay 400+750+1200+600 = 2950 cajas.
Denominando $A1$ y $A2$ la primera y segunda caja respectivamente,

$$p(A1 = B)\cdot p(A2 = B|A1 = B) + p(A1 = E)\cdot p(A2 = E|A1 = E)$$
$$= \frac{1150}{2950}\cdot\frac{1149}{2949} + \frac{1800}{2950}\cdot\frac{1799}{2949} = 0{,}5241$$

c) $p(E|P) = p(P|E)\frac{p(E)}{p(P)} = \frac{750}{1150}\cdot\frac{1150/2950}{1350/2950} = \frac{750}{1350} = 0{,}5556$

A 4 *(Cálculo del intervalo de confianza de una población. Se necesita conocer la formula correspondiente y saber aplicarla)*

Y=X/N es la proporción de la población de N individuos. El tamaño de la muestra es $n = 300, (n \geq 30)$ y la proporción de la muestra $\hat{Y} = 0{,}8$.

$$Y = N\left(\hat{Y}, \sqrt{\hat{Y}(1-\hat{Y})/N}\right) = N(0.8\,, 0.0231) \Rightarrow Z = \frac{Y-0.8}{0.0231} = N(0,1)$$

a) El intervalo de confianza al 95 % de Y:
$(z_{-0,025}, z_{0,025}) = (-1.96\,,\ 1.96) \Rightarrow 0.755 < Y < 0.845$

b) El intervalo de confianza al 99 % de Y:
$$(z_{-0,005}, z_{0,005}) = (-2.58\,, 2.58) \Rightarrow 0.74 < Y < 0.86$$

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

OPCIÓN B

B 1 *(Ejercicio de cálculo matricial)*

a) $A^2 = \begin{pmatrix} 9-3a & -9-3b \\ 3a+ab & -3a+b^2 \end{pmatrix}$, $2A = \begin{pmatrix} 6 & -6 \\ 2a & 2b \end{pmatrix}$

$$A^2 = 2A \implies a = 1\,, b = -1$$

b) El producto de las matrices propuestas resulta una matriz como la siguiente:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a+b & 1 \end{pmatrix}$$

Repitiendo el proceso $B^{n+1} \cdot C^T = B \cdot (B^n \cdot C^T)$ se obtiene este resultado:

$$B \cdot C^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B^2 \cdot C^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \cdots, B^{50} \cdot C^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -48 & 1 \end{pmatrix}$$

B 2 *(Ejercicio de cálculo de los valores de una función y su máximo. Interpretación)*

a) Demanda máxima de agua es en el instante $d'(x) = -20x + 80 = 0 \Rightarrow x = 4$.

b) Para que el flujo sea negativo:

$$p(x) - d(x) < 0 \Leftrightarrow 20x^2 - 180x + 310 < 0 \Leftrightarrow 2{,}32 < x < 6{,}68$$

c) Excedente: $\int_0^7 f(x)\ dx = \left[\frac{20x^3}{3} - 90x^2 + 310x\right]_0^7 = \frac{140}{3} = 46{,}67$

B 3 *(Ejercicio de cálculo de probabilidades que se puede resolver con una tabla de doble entrada)*

	A	**M**	suma
U	2,4	57,6	60
L	2,6	37,4	40
suma	5	95	

a) $p(U|A) = \frac{p(U\cap A)}{p(A)} = \frac{0{,}024}{0{,}05} = 0{,}48 = 48\%$

b) $p(A|L) = \frac{p(A\cap L)}{p(L)} = \frac{0{,}026}{0{,}4} = 0{,}065 = 6{,}5\%$

B 4 *(Comprensión y utilización de la distribución normal)*

La calificación de un estudiante sigue una distribución normal $X = N(70{,}20)$ y $Z = (X-70)/20 = N(0{,}1)$ es la variable estandarizada.

a) Probabilidad de obtener más de 80 puntos:

$$p(X > 80) = p(Z > 0{,}5) = 1 - p(Z \leq 0{,}5) = 0{,}3085$$

b) Probabilidad de obtener menos de 50 puntos:

$$p(X < 50) = p(Z < -1) = 0{,}1587$$

c) La máxima calificación que se puede esperar con una probabilidad del %95:

$$p(X \leq n) = 0{,}95 \Rightarrow p\left(\frac{X-70}{20} \leq \frac{n-70}{20}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{n-70}{20} = 1{,}64 \Rightarrow n = 102{,}8$$