eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

Matemáticas aplicadas a las CCSS II

EAU 2022

www.ehu.eus

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

2022ko OHIKOA

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

ORDINARIA 2022

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

- ***Azterketa honek zortzi problema ditu lau bloketan banatuta.***
  Zortzi problema horietatik lauri erantzun behar diezu, eta lau horiek gutxienez hiru bloke desberdinetakoak izan behar dute.
- *Jarraibideetan adierazitakoei baino galdera gehiagori erantzunez gero, erantzunak ordenari jarraituta zuzenduko dira, harik eta beharrezko kopurura iritsi arte.*

Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, baina, **ezin ditu izan** ezaugarri hauek:

- pantaila grafikoa
- datuak igortzeko aukera
- programatzeko aukera
- ekuazioak ebazteko aukera
- matrize-eragiketak egiteko aukera
- determinanteen kalkulua egiteko aukera
- deribatuak eta integralak ebazteko aukera
- datu alfanumerikoak gordetzeko aukera.

- ***Este examen tiene ocho problemas distribuidos en cuatro bloques.***
  De estos ocho problemas tienes que responder a cuatro, de por lo menos tres bloques diferentes.
- *En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.*

Está permitido el uso de calculadoras científicas **que no presenten** ninguna de las siguientes prestaciones:

- pantalla gráfica
- posibilidad de trasmitir datos
- programable
- resolución de ecuaciones
- operaciones con matrices
- cálculo de determinantes
- derivadas e integrales
- almacenamiento de datos alfanuméricos.

2022

Universidad del País Vasco — Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

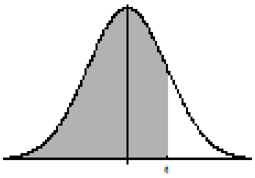
2022ko OHIKOA

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

ORDINARIA 2022

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II



$N(0,1)$ kurbak $-\infty$-tik z-raino mugatutako azalerak

Áreas limitadas por la curva $N(0,1)$ desde $-\infty$ hasta z

	0	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0'5359
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714	0'5753
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103	0'6141
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480	0'6517
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844	0'6879
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0'7224
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517	0'7549
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823	0'7852
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106	0'8133
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365	0'8389
1	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599	0'8621
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810	0'8830
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997	0'9015
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162	0'9177
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306	0'9319
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429	0'9441
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535	0'9545
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625	0'9633
1'8	0'9641	0'9649	0'9656	0'9664	0'9671	0'9678	0'9686	0'9693	0'9699	0'9706
1'9	0'9713	0'9719	0'9726	0'9732	0'9738	0'9744	0'9750	0'9756	0'9761	0'9767
2	0'9772	0'9778	0'9783	0'9788	0'9793	0'9798	0'9803	0'9808	0'9812	0'9817
2'1	0'9821	0'9826	0'9830	0'9834	0'9838	0'9842	0'9846	0'9850	0'9854	0'9857
2'2	0'9861	0'9864	0'9868	0'9871	0'9875	0'9878	0'9881	0'9884	0'9887	0'9890
2'3	0'9893	0'9896	0'9898	0'9901	0'9904	0'9906	0'9909	0'9911	0'9913	0'9916
2'4	0'9918	0'9920	0'9922	0'9925	0'9927	0'9929	0'9931	0'9932	0'9934	0'9936
2'5	0'9938	0'9940	0'9941	0'9943	0'9945	0'9946	0'9948	0'9949	0'9951	0'9952
2'6	0'9953	0'9955	0'9956	0'9957	0'9959	0'9960	0'9961	0'9962	0'9963	0'9964
2'7	0'9965	0'9966	0'9967	0'9968	0'9969	0'9970	0'9971	0'9972	0'9973	0'9974
2'8	0'9974	0'9975	0'9976	0'9977	0'9977	0'9978	0'9979	0'9979	0'9980	0'9981
2'9	0'9981	0'9982	0'9982	0'9983	0'9984	0'9984	0'9985	0'9985	0'9986	0'9986
3	0'9987	0'9987	0'9987	0'9988	0'9988	0'9989	0'9989	0'9989	0'9990	0'9990
3'1	0'9990	0'9991	0'9991	0'9991	0'9992	0'9992	0'9992	0'9992	0'9993	0'9993
3'2	0'9993	0'9993	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9995	0'9995	0'9995
3'3	0'9995	0'9995	0'9995	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9997
3'4	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9998
3'5	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998
3'6	0'9998	0'9998	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'7	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'8	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'9	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000

2022

BLOQUE: ÁLGEBRA

A.1. $[\![hasta\ 2,5\ \ puntos]\!]$

Una determinada empresa de selección de personal realiza un test de 90 preguntas. Por cada acierto da 6 puntos; por cada fallo quita 2,5 puntos, y por cada pregunta no contestada quita 1,5 puntos. Para aprobar hay que obtener por lo menos 210 puntos.

¿Cuántas preguntas hay que contestar correctamente para obtener los 210 puntos, y que el número de preguntas no contestadas más el número de aciertos sea igual al doble del número de fallos?

B.1. $[\![hasta\ 2\ ,5\ puntos]\!]$

El ayuntamiento de una determinada ciudad ha concedido la licencia para la construcción de una urbanización de a lo sumo 120 viviendas, de dos tipos A y B.

Para ello, la empresa constructora dispone de un capital máximo de 15 millones de euros. El coste de construcción de la vivienda de tipo A es 100.000 €, y el de la del tipo B 300.000 €. Además, el beneficio obtenido por la venta de una vivienda de tipo A asciende a 20.000 € y por una de tipo B a 40.000 €.

	Coste de construcción	**Beneficio**
A	100.000 €	20.000 €
B	300.000 €	40.000 €

a) $[\![2,2\ puntos]\!]$ ¿Cuántas viviendas de cada tipo deben construirse para obtener el máximo beneficio?

b) $[\![0,3\ puntos]\!]$ ¿A cuánto asciende dicho beneficio máximo?

2022

BLOQUE: ANÁLISIS

A.2.$[\![\boldsymbol{hasta\ 2,5\ \ puntos}]\!]$

Sea $f(x)$ la función:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x+1}{1-2x} & si\ \ x<0\\ x^2-x-a & si\ \ \ x\geq 0\end{cases}$$

a) $[\![\ \boldsymbol{0,7\ puntos}]\!]$ Encuentra el valor del parámetro *a* para que la función $f(x)$ sea continua en punto $x=0$.

b) $[\![\ \boldsymbol{1\ \ punto}]\!]$ En el caso $a=2$, analiza los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función, y los máximos y mínimos relativos.

c) $[\![\ \ \boldsymbol{0,8\ puntos}]\!]$ En el caso $a=2$, realiza la representación gráfica de la función.

B.2. $[\![\boldsymbol{hasta\ 2,5\ puntos}]\!]$

a) $[\![\ \boldsymbol{0,8\ puntos}]\!]$ Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x)=(x^2-1)\ (3x^3+5x)^3 \qquad\qquad g(x)=\frac{ln\ (3x)}{e^{2x}}$$

b) $[\![\ \boldsymbol{0,6\ puntos}]\!]$ Determina la ecuación de la recta tangente a la función $h(x)$ en el punto de abscisa $x=1$.

$$h(x)=\frac{3x+6}{2x+1}$$

c) $[\![\ \boldsymbol{0,5\ puntos}]\!]$ Determina, si existen, las asíntotas verticales y horizontales de la función $h(x)$.

d) $[\![\ \ \boldsymbol{0,6\ puntos}]\!]$ Calcula:

$$\int\left(e^{3x}-3x^2+\frac{2}{x+2}-\frac{4}{(x+2)^2}\right)\,dx$$

2022

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

BLOQUE: PROBABILIDAD

A.3. $[\![\boldsymbol{hasta\ 2,5\ puntos}]\!]$

Un libro tiene 230 páginas repartidas en 3 capítulos. El primer capítulo tiene 100 páginas, y de ellas el 15 % tiene errores. El segundo consta de 80 páginas, de las cuales 8 tienen errores; y en el tercero, de 50 páginas, sólo hay 40 que no tienen ningún error.

Si abrimos el libro por una página al azar:

a) $[\![\boldsymbol{0,5\ puntos}]\!]$ ¿Cuál es la probabilidad de que sea del segundo capítulo?

b) $[\![\boldsymbol{0,75\ puntos}]\!]$ Calcula la probabilidad de que la página elegida tenga errores y sea del tercer capítulo.

c) $[\![\boldsymbol{0,75\ puntos}]\!]$ Calcula la probabilidad de que la página elegida no tenga errores.

d) $[\![\boldsymbol{0,5\ puntos}]\!]$ Observamos que la página elegida tiene errores, ¿cuál es la probabilidad de que sea del tercer capítulo?

2022

B.3. $[\![\boldsymbol{hasta\ 2,5\ puntos}]\!]$

Sean A, B, C, D y E sucesos de un determinado experimento aleatorio.

a) $[\![\boldsymbol{0,75\ puntos}]\!]$ Sabemos que $P(A) = 0{,}4$; $P(B) = 0{,}3$ y $P(A \cup B) = 0{,}5$. Calcula la probabilidad de que ocurran A y B.

b) $[\![\boldsymbol{1\ punto}]\!]$ Sabemos que $P(C) = 0{,}5$; $P(D) = 0{,}6$ y $P(C \cup D) = 0{,}7$. Calcula la probabilidad de que ocurra C sabiendo que ha ocurrido D.

c) $[\![\boldsymbol{0,75\ puntos}]\!]$ Sabemos que $P(A) = 0{,}4$; $P(E) = 0{,}6$ y que los sucesos A y E son independientes. Calcula la probabilidad de que ocurra alguno de los dos sucesos.

BLOQUE: INFERENCIA ESTADÍSTICA

A.4. $[\![hasta\ 2,5\ puntos]\!]$

En un examen de Lengua Inglesa el 30 % del alumnado examinado obtuvo una puntuación superior a 7,6 puntos. Sabemos que la puntuación obtenida en dicho examen sigue una distribución normal de media 6,8 puntos.

a) $[\![0,75\ puntos]\!]$ Calcula la desviación típica de la distribución de la puntuación.

b) $[\![0,75\ puntos]\!]$ Si la desviación típica es 1,5 puntos, ¿qué puntuación es superada únicamente por el 20 % del alumnado?

c) $[\![1\ punto]\!]$ Si la desviación típica es 1,5 puntos y el *Aprobado* se obtiene con una puntuación igual o superior a 5, ¿qué porcentaje del alumnado ha aprobado el examen?

B.4. $[\![hasta\ 2,5\ puntos]\!]$

Se ha diseñado un experimento para comprobar el porcentaje de una población que ha sido vacunada frente a una determinada enfermedad. Para ello se ha elegido una muestra al azar de 1.000 personas, y se les ha preguntado si han recibido la vacuna o no. De ellas, 860 han respondido que sí y el resto que no.

Con esta información:

a) $[\![1,25\ puntos]\!]$ Estimar, con un nivel de confianza del 95 %, el porcentaje de personas de la población que han recibido la vacuna.

b) $[\![0,75\ puntos]\!]$ Calcular el error máximo admisible para dicho nivel de confianza.

c) $[\![0,5\ puntos]\!]$ Interpretar los resultados obtenidos.

2022

MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

1. El examen está compuesto de ocho ejercicios.
2. ***De estos ocho ejercicios se tiene que responder a cuatro, de por lo menos tres bloques diferentes*.**
3. En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.
4. El examen se evaluará con una puntuación entre 0 y 10 puntos.
5. Cada ejercicio se valorará entre 0 y 2,5 puntos.
6. En aquellas cuestiones en las que no se especifique el método de resolución que se ha de aplicar, se admitirá cualquier forma de resolverlo correctamente.

ASPECTOS QUE MERECEN VALORACIÓN POSITIVA

- Los planteamientos correctos, tanto global como de cada una de las partes, si las hubiere.
- La correcta utilización de conceptos, vocabulario y notación científica.
- El conocimiento de técnicas específicas de aplicación directa para el cálculo y/o interpretación de datos numéricos y gráficos.
- La terminación completa del ejercicio y la exactitud del resultado.
- Se considerarán igualmente válidas dos soluciones que solo se diferencien en el grado de exactitud empleado en los cálculos numéricos.
- No se tomarán en consideración errores numéricos, de cálculo, etc., siempre que no sean de tipo conceptual.
- La claridad de las explicaciones de los pasos seguidos.
- Las ideas, gráficos, presentaciones, esquemas, …, que ayuden a visualizar mejor el problema y su solución.
- La pulcritud de la presentación, y cualquier otro aspecto que refleje la madurez que cabe esperar de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

2022

ASPECTOS QUE MERECEN VALORACIÓN NEGATIVA

- Los planteamientos incorrectos.
- La confusión de conceptos.
- La abundancia de errores de cálculo (por ser indicativa de deficiencias de orden básico).
- Los errores aislados, cuando indican falta de reflexión crítica o de sentido común (por ejemplo, decir que la solución a tal problema es -3,7 frigoríficos, o que cierta probabilidad vale 2,5).
- Los errores aislados, cuando conducen a problemas más sencillos que los inicialmente propuestos.
- La ausencia de explicaciones, en particular del significado de las variables que se están utilizando.
- Los errores ortográficos graves, el desorden, la falta de limpieza, la mala redacción y cualquier otro aspecto impropio de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

2022

CRITERIOS PARTICULARES PARA CADA UNO DE LOS PROBLEMAS

BLOQUE: ÁLGEBRA

Problema A.1 *(hasta 2,5 puntos)*

- Planteamiento del problema, **1 punto.**
- Comprobar que se puede utilizar la regla de Cramer, **0,3 puntos**.
- Cálculo de las tres variables, 0,4 puntos cada variable, **1,2 puntos.**

Problema B.1 *(hasta 2,5 puntos)*

a. **2,2 puntos**
  - Concretar la función objetivo, **0,1 puntos.**
  - Determinar las restricciones, **0,2 puntos.**
  - Determinar y representar la región factible.
    - Representación de cada restricción, 0,1 puntos, por lo tanto, **0,4 puntos.**
    - Determinar la región factible, **0,4 puntos.**
  - Concretar los vértices de la región factible.
    - Vértice A, **0,1 puntos.**
    - Vértice B, **0,125 puntos.**
    - Vértice C, **0,25 puntos.**
    - Vértice D, **0,125 puntos**
  - Valorar la función en los vértices, **0,4 puntos.**
  - Determinar el máximo, **0,1 puntos.**

b. **0,3 puntos.**
  - Valorar la función en ese punto máximo, **0,3 puntos.**

2022

BLOQUE: ANÁLISIS

Problema A.2 *(hasta 2,5 puntos)*

a. 0,7 puntos. Valor del parámetro a para que la función sea continua en el punto $x = 0$.

- Definir la continuidad de una función en un punto, **0,2 puntos.**
- Cálculo de los límites laterales, **0,3 puntos.**
- Determinar el valor del parámetro a, **0,2 puntos.**

b. 1 punto.

- Estudio del crecimiento de la función
  - Intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función racional, **0,2 puntos.**
  - Intervalos de crecimiento y decrecimiento del polinomio de segundo grado, **0,3 puntos.**
- Cálculo de los extremos relativos de la función,
  - Máximos y mínimos relativos de la función racional, **0,2 puntos.**
  - Máximos y mínimos relativos del polinomio de segundo grado, **0,3 puntos.**

c. 0,8 puntos.

- Representación gráfica.
  - Representación del polinomio de segundo grado, **0,4 puntos.**
  - Representación de la función racional, **0,4 puntos.**

2022

Problema B.2 ***(hasta 2,5 puntos)***

a. 0,8 puntos. Cálculo de las derivadas de las funciones $f(x)$ y $g(x)$.
- Cálculo de la derivada de $f(x)$, **0,5 puntos.**
- Cálculo de la derivada de $g(x)$ **0,3 puntos**

b. 0,6 puntos. Recta tangente de la función $h(x)$ en el punto $x = 1$
- Determinar la pendiente de la recta tangente, **0,4 puntos.**
- Determinar la ecuación de la recta tangente, **0,2 puntos.**

c. 0,5 puntos. Calcular las asíntotas verticales y horizontales de la función $h(x)$.
- Asíntota vertical, **0,25 puntos.**
- Asíntota horizontal, **0,25 puntos.**

d. 0,6 puntos. Cálculo de la integral indefinida.
- **a.** Cálculo de la integral $\int e^{3x}\,dx$, **0,1 puntos.**
- **b.** Cálculo de la integral $\int 3x^2\,dx$, **0,1 puntos.**
- **c.** Cálculo de la integral $\int \frac{2}{x+2}\,dx$, **0,2 puntos.**
- **d.** Cálculo de la integral $\int \frac{4}{(x+2)^2}\,dx$, **0,2 puntos.**

2022

BLOQUE: PROBABILIDAD

Problema A.3 *(hasta 2,5 puntos)*

a. 0,5 puntos.
- Hacer un diagrama de árbol o algún esquema, **0,25 puntos**.
- El cálculo de la probabilidad pedida, **0,25 puntos.**

b. 0,75 puntos.
- Determinar qué tiene que calcular, **0,15 puntos.**
- Indicar la fórmula $P(A \cap B)$, **0,35 puntos.**
- El cálculo de la probabilidad pedida, **0,25 puntos.**

c. 0,75 puntos.
- Determinar qué tiene que calcular, **0,15 puntos.**
- Indicar la probabilidad total del suceso a calcular o su fórmula, **0,35 puntos.**
- El cálculo de la probabilidad pedida, **0,25 puntos.**

d. 0,5 puntos.
- Determinar qué tiene que calcular, **0,1 puntos.**
- Indicar la probabilidad a posteriori, el teorema de Bayes, **0,2 puntos.**
- El cálculo de la probabilidad pedida, **0,2 puntos.**

2022

Problema B.3 *(hasta 2,5 puntos)*

a. 0,75 puntos.
- Hacer un diagrama de Venn o algún esquema, **0,25 puntos**.
- Indicar la fórmula $P(A \cap B)$, **0,25 puntos**.
- El cálculo de la probabilidad pedida, **0,25 puntos.**

b. 1 punto.
- Hacer un diagrama de árbol o algún esquema, **0,25 puntos.**
- Determinar qué tiene que calcular, **0,25 puntos.**
- Indicar la fórmula $P(C \mid D)$, **0,25 puntos.**
- El cálculo de la probabilidad pedida, **0,25 puntos.**

c. 0,75 puntos.
- Expresar qué quiere decir que dos sucesos son independientes, **0,2 puntos.**
- Determinar qué tiene que calcular, **0,15 puntos.**
- Indicar la fórmula $P(A \cup E)$, **0,15 puntos**.
- El cálculo de la probabilidad pedida, **0,25 puntos.**

BLOQUE: INFERENCIA ESTADÍSTICA

Problema A.4 *(hasta 2,5 puntos)*

a. 0,75 puntos.
- El planteamiento del problema, **0,2 puntos.**
- La tipificación de la variable, **0,2 puntos.**
- Concretar el valor en la tabla de la distribución normal, **0,2 puntos.**
- Resolver la ecuación obteniendo σ, **0,15 puntos.**

b. 0,75 puntos.
- El planteamiento del problema, **0,2 puntos**.
- Concretar el valor en la tabla de la distribución normal, **0,3 puntos.**
- Determinar el valor k pedido, **0,25 puntos.**

c. 1 punto.
- El planteamiento del problema, **0,3 puntos**.
- Concretar el valor de las probabilidades consultadas en la tabla, **0,3 puntos.**
- El porcentaje pedido, **0,4 puntos.**

Problema B.4 *(hasta 2,5 puntos)*

a. 1,25 punto.
- Indicar que sabe qué es la proporción muestral, **0,2 puntos.**
- Determinar la fórmula del intervalo de confianza para la proporción, **0,25 puntos.**
- Determinar $z_{\frac{\alpha}{2}}$, **0,3 puntos.**
- El intervalo de confianza pedido, **0,35 puntos.**
- Determinar el porcentaje pedido, **0,15 puntos.**

b. 0,75 punto.
- Expresar qué es el error máximo admisible, **0,25 puntos.**
- Indicar la fórmula del error, **0,2 puntos.**
- Cálculo del error, **0,3 puntos**

c. 0,5 puntos.
- Justifica razonadamente los resultados obtenidos, aunque éstos no sean numéricamente correctos **0,5 puntos.**

2022

SOLUCIONES

BLOQUE: ÁLGEBRA

A.1. *Problema de traducción al lenguaje algebraico una situación de la realidad social. Uso de la regla de Cramer.*

Definimos las variables:

$$\begin{cases} x = n^{\underline{o}}\ de\ preguntas\ contestadas\ correctamente \\ y = n^{\underline{o}}\ de\ preguntas\ contestadas\ erróneamente \\ z = n^{\underline{o}}\ de\ preguntas\ no\ contestadas \end{cases}$$

	CÓMO	PUNTUACIÓN
x	CORRECTA	+6
y	ERRÓNEA	−2,5
z	NO CONTESTADA	−1,5

En función de estas variables obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 90 \\ 6x - 2{,}5y - 1{,}5z = 210 \\ x + z = 2y \end{cases}$$

Comprobamos que podemos utilizar el método de Cramer, es decir, que el determinante de la matriz de los coeficientes no es nulo.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6 & -2{,}5 & -1{,}5 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 6 & -2{,}5 & -7{,}5 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -7{,}5 - 15 = -22{,}5 \neq 0$$

Por lo tanto, resolvemos por la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 90 & 1 & 1 \\ 210 & -2{,}5 & -1{,}5 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}}{-22{,}5} = \frac{30\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 7 & -2{,}5 & -1{,}5 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}}{-22{,}5} = \frac{30\,(-7{,}5 - 14 - 7 - 9)}{-22{,}5} = 50$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 90 & 1 \\ 6 & 210 & -1{,}5 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{-22{,}5} = \frac{30\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 6 & 7 & -1{,}5 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{-22{,}5} = \frac{30\,(7 - 4{,}5 - 7 - 18)}{-22{,}5} = 30$$

2022

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 90 \\ 6 & -2,5 & 210 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix}}{-22,5} = \frac{30\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 6 & -2,5 & 7 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix}}{-22,5} = \frac{30\,(-36+7+7,5+14)}{-22,5} = 10$$

Por lo tanto:

$$\boldsymbol{x = n^{\underline{o}}\ de\ preguntas\ contestadas\ correctamente = 50}$$
$$\boldsymbol{y = n^{\underline{o}}\ de\ preguntas\ contestadas\ err\text{ó}neamente = 30}$$
$$\boldsymbol{z = n^{\underline{o}}\ de\ preguntas\ no\ contestadas = 10}$$

2022

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO EBALUAZIOA
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK
CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

2022

B.1. *Problema de programación lineal con dos variables.*

a) Número de viviendas para obtener el máximo beneficio.

	Coste de construcción	Beneficio	VIVIENDAS
A	100.000	20.000	x
B	300.000	40.000	y

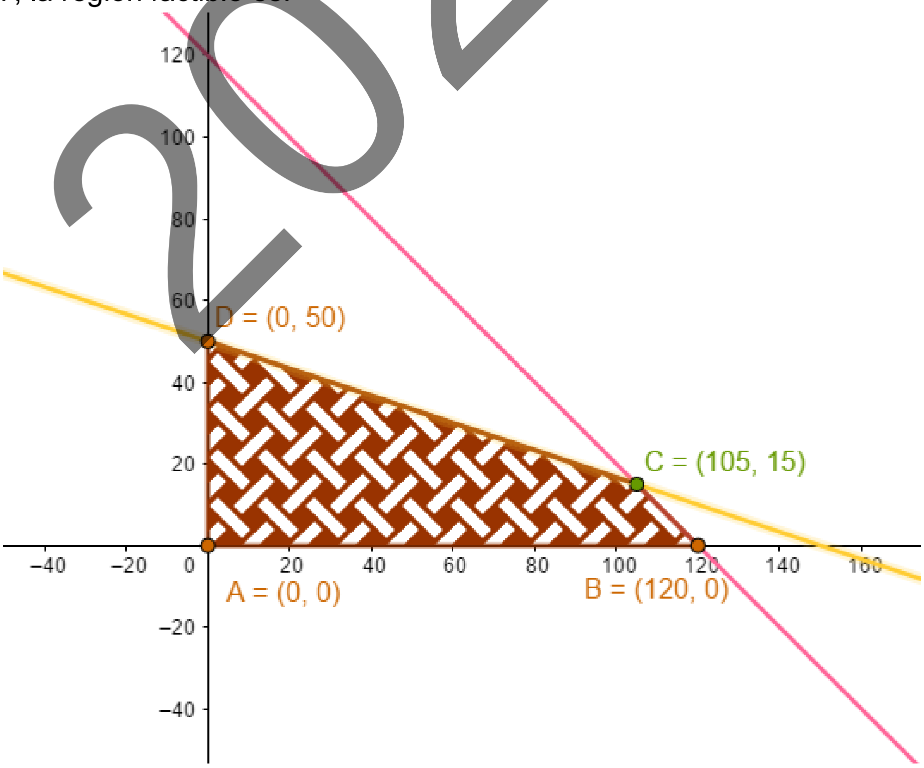
- La función objetivo es:

$f(x, y) = 20.000\,x + 40.000\,y$

- Las restricciones son:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 120 \\ 100.000\,x + 300.000\,y \leq 15.000.000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 120 \\ x + 3y \leq 150 \end{cases}$$

- En el plano XY, la región factible es:



- Cálculo del vértice C:

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ x + 3y = 150 \end{cases} \Rightarrow x = 120 - y \Rightarrow 120 - y + 3y = 150 \Rightarrow \begin{matrix} x = 105 \\ y = 15 \end{matrix}$$

Por lo tanto, los vértices son:

$$A(0,0)\,, \qquad B(120,0), \qquad C(105,15), \qquad D(0,50)$$

- Calculamos los valores que toma la función objetivo en los vértices:

$$f(A) = f(0,0) = 0$$
$$f(B) = f(120,0) = 2.400.000$$
$$f(C) = f(105,15) = 2.700.000$$
$$f(D) = f(0,50) = 2.000.000$$

- El valor máximo de la función se obtiene en el punto $\boldsymbol{C(105,\ 15)}$,y, por lo tanto, se tienen que construir **105 viviendas del tipo A y 15 viviendas del tipo B** para obtener el máximo beneficio.

b) El beneficio máximo.

$$f(x,y) = f(C) = f(105,15) = 20.000 \cdot 105 + 40.000 \cdot 15 = \textbf{2.700.000 €}.$$

De esta manera se obtendrá el beneficio máximo de **2.700.000 €**.

2022

BLOQUE: ANÁLISIS

A.2. *Continuidad y derivabilidad de una función. Representación gráfica. Características de una función.*

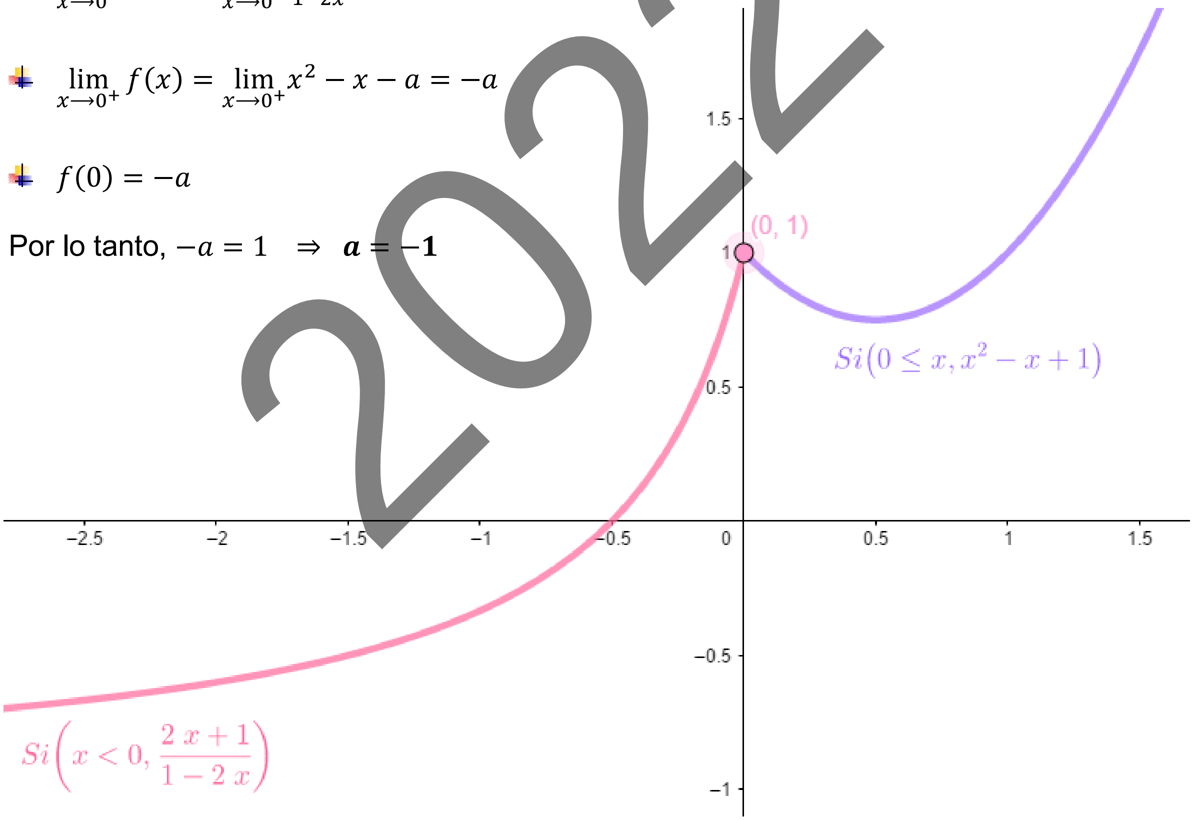
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x+1}{1-2x} & si\;\; x<0\\ x^2-x-a & si\;\; x\geq 0\end{cases}$$

a) El valor del parámetro a para que la función $f(x)$ sea continua en el punto $x=0$.

$$f(x)\;\; continua\; en\;\; x=0 \;\;\Leftrightarrow\;\; \lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^+} f(x)=f(0)$$

- $\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}\frac{2x+1}{1-2x}=1$
- $\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+} x^2-x-a=-a$
- $f(0)=-a$

Por lo tanto, $-a=1 \;\;\Rightarrow\;\; \boldsymbol{a=-1}$



2022

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función, y los máximos y mínimos relativos.

En el caso $a=2$, la función $f(x)$ es:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x+1}{1-2x} & si\;\; x<0\\ x^2-x-2 & si\;\; x\geq 0\end{cases}$$

- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento:

$$\boldsymbol{f(x)} \uparrow \Leftrightarrow f'(x) > 0$$

- $\boldsymbol{si\ \ x < 0}$

$$f'(x) = \frac{4}{(1-2x)^2}$$

y $f'(x) > 0$ en su dominio de definición, luego también en el intervalo $(-\infty,\ 0)$.

Por lo tanto: $\boldsymbol{f(x)}\ \uparrow$ **en el intervalo** $(-\infty,\ \mathbf{0})$

- $\boldsymbol{si\ \ x > 0}$

$f'(x) = 2x - 1 \ \Rightarrow\ 2x - 1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2} \ \Rightarrow \left(\frac{1}{2}, \infty\right) \Rightarrow \boldsymbol{f(x)}\ \uparrow$ **en el intervalo** $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$

$\Rightarrow\ 2x - 1 < 0 \Rightarrow x < \frac{1}{2} \ \Rightarrow \left(0, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \boldsymbol{f(x)}\ \downarrow$ **en el intervalo** $\left(\mathbf{0},\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)$

En resumen: $\boldsymbol{f(x)}\ \uparrow$ **en** $(-\infty,\ \mathbf{0})$ **y en** $\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}, \infty\right)$**; y** $\boldsymbol{f(x)}\ \downarrow$ **en** $\left(\mathbf{0},\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)$

- La condición de máximos y mínimos relativos es:

$$f'(x_0) = 0 \ \Rightarrow \begin{cases} f''(x_0) < 0 & x_0\ máximo\ relativo \\ f''(x_0) > 0 & x_0\ mínimo\ relativo \end{cases}$$

- $\boldsymbol{si\ \ x < 0}$ **,** la derivada de $f(x)$ no se anula nunca**:**

$$\nexists\, x\ tal\ que\ f'(x) = \frac{4}{(1-2x)^2} = 0$$

Por lo tanto, **no hay ni máximos ni mínimos relativos en** $(-\infty,\ \mathbf{0})$**.**

- $\boldsymbol{si\ \ x > 0}$ **,**
  - $f'(x) = 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$
  - $f''\left(x = \frac{1}{2}\right) = 2\ > 0 \Rightarrow$ en el punto $x = \frac{1}{2}$ hay un mínimo relativo.
  - $y = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 2\ = -\frac{9}{4}\ \Rightarrow\ (x, y) = \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}, -\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{4}}\right)$ **mínimo relativo.**

2022

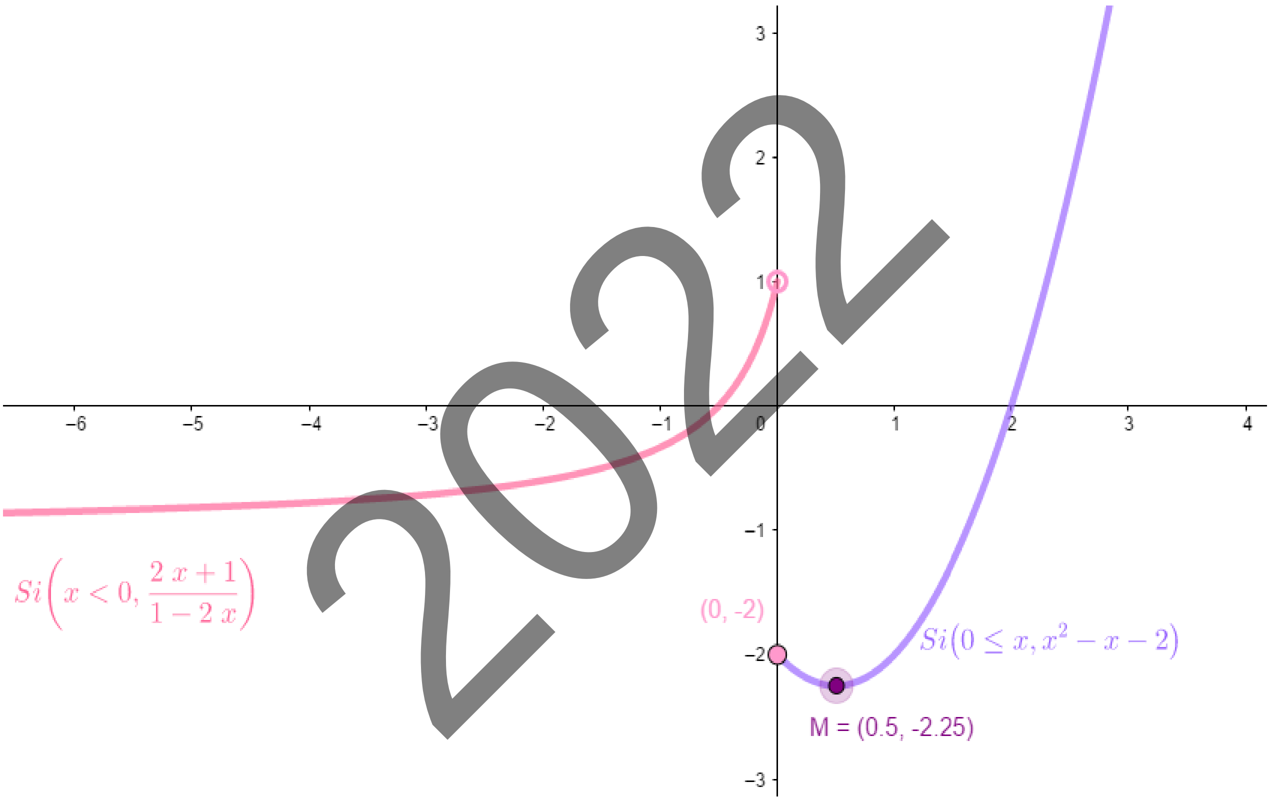
c) En el caso $a = 2$, la representación gráfica es:

- $\boldsymbol{si\ \ x < 0}$

$\boldsymbol{x}$	-2	-1	-1/2
$\boldsymbol{f(x)}$	-3/5	-1/3	0

- $\boldsymbol{si\ \ x \geq 0}$

$\boldsymbol{x}$	0	1/2	1	2
$\boldsymbol{f(x)}$	-2	-9/4	-2	0



B.2. *Primera derivada de una función. Recta tangente a una función en un punto. Función primitiva.*

a) Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = (x^2 - 1)\,(3x^3 + 5x)^3 \qquad\qquad g(x) = \frac{ln\,(3x)}{e^{2x}}$$

- Derivada de la función $f(x)$.

$$\boldsymbol{f'(x) = 2x \cdot (3x^3 + 5x)^3 + 3\,(3x^3 + 5x)^2\,(9x^2 + 5) \cdot (x^2 - 1)}$$

- Derivada de la función $g(x)$.

$$\boldsymbol{g'(x)} = \frac{\frac{3}{3\,x} \cdot e^{2x} - 2\,e^{2x} \cdot ln3x}{(e^{2x})^2} = \frac{e^{2x}\left(\frac{1}{x} - 2\,ln3x\right)}{(e^{2x})^2} = \boldsymbol{\frac{\frac{1}{x} - 2\,ln3x}{e^{2x}}}$$

b) Determina la ecuación de la recta tangente a la función $h(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.

$$h(x) = \frac{3x + 6}{2x + 1}$$

- La ecuación de la recta tangente en el punto $x = 1$:

$$y = h'(1) \cdot x + n$$

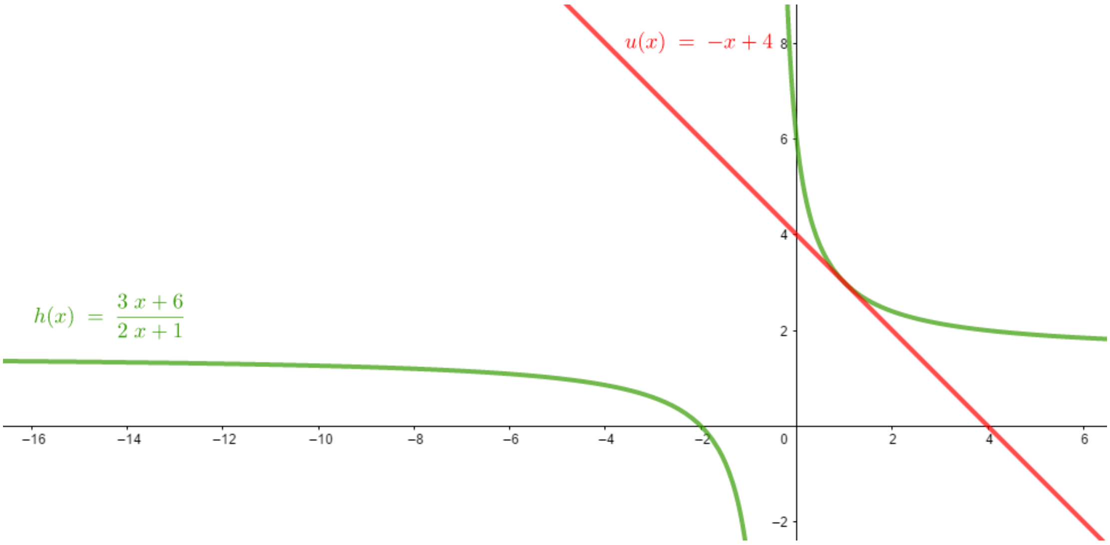
- La derivada de $h(x)$:

$$h'(x) = \frac{3\,(2x + 1) - 2\,(3x + 6)}{(2x + 1)^2} = \frac{-9}{(2x + 1)^2} \quad \Rightarrow \quad h'(1) = -1$$

$$\Rightarrow\ y = -1 \cdot x + n = -x + n$$

- El punto $\big(1,\ h(1)\big) = (1,\ 3)$ está en la recta tangente $\Rightarrow\ 3 = -1 + n\ \Rightarrow n = 4$

Por lo tanto, $\boldsymbol{y = -x + 4}$ **es la recta tangente en el punto** $x = 1$.



2022

c) Determinar, si existen, las asíntotas verticales y horizontales de la función $h(x)$.

- Asíntotas verticales.

El dominio de definición de $h(x)$ es $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$, entonces:

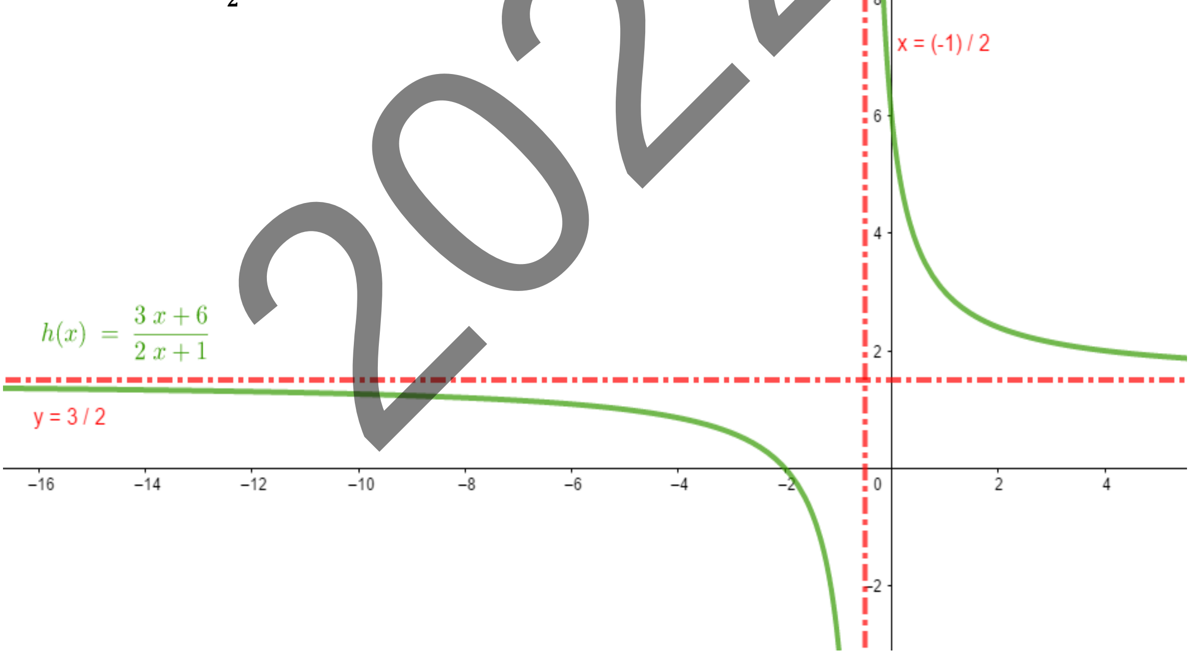
- $\lim_{x\to -\frac{1}{2}^-} h(x) = -\infty$
- $\lim_{x\to -\frac{1}{2}^+} h(x) = +\infty$

Por lo tanto, $\boldsymbol{x = -\frac{1}{2}}$ **es la asíntota vertical de la función**.

- Asíntotas horizontales.

$$\lim_{x\to\pm\infty} h(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{3x+6}{2x+1} = \frac{3}{2}$$

Por lo tanto, $\boldsymbol{y = \frac{3}{2}}$ **es la asíntota horizontal de la función.**



2022

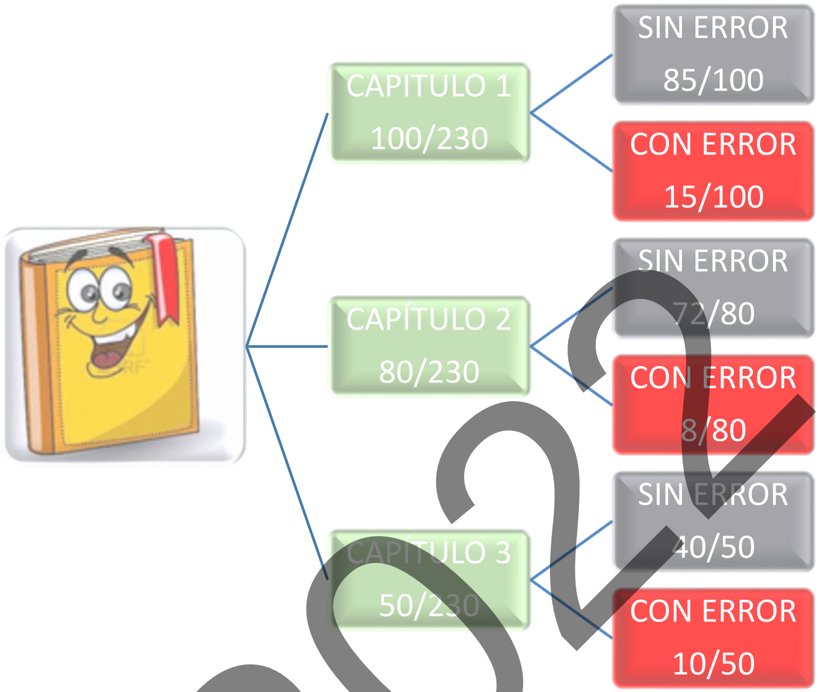
d) Cálculo de la integral.

$$\int \left(e^{3x} - 3x^2 + \frac{2}{x+2} - \frac{4}{(x+2)^2}\right) dx = \frac{1}{3}\, e^{3x} - 3\,\frac{x^3}{3} + 2\int \frac{1}{x+2}\, dx - 4\int (x+2)^{-2}\, dx =$$

$$= \boldsymbol{\frac{1}{3}\, e^{3x} - x^3 + 2\, Ln(x+2) + 4\, \frac{1}{(x+2)} + K}$$

BLOQUE: PROBABILIDAD

A.3. *Ejercicio de cálculo de probabilidades que puede resolverse***,** *a través de un diagrama de árbol o a través de la probabilidad total. Teorema de Bayes*



2022

a) Probabilidad de que la página elegida sea del segundo Capítulo $(C\ 2)$.

$$P(C\ 2) = \frac{80}{230} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{P(C\ 2) = 0{,}3478} \quad \Rightarrow \ \mathbf{34{,}78}\ \%$$

b) Probabilidad de que la página tenga errores (E) y sea del Capítulo 3 $(C\ 3)$.

$$P(\,E \cap C\ 3) = P(C\ 3) \cdot P(E|C\ 3) = \frac{50}{230} \cdot \frac{10}{50} \ = \frac{10}{230} = 0{,}043 \ \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{P(E \cap C\ 3) = 0{,}043} \ \Rightarrow \ \mathbf{4{,}3\%}$$

c) Probabilidad de que la página elegida no tenga errores (E^c).

$$P(E^c\,) = P(E^c\ \cap C\ \ 1) + \quad P(E^c\ \cap C\ 2) + \quad P(\,E^c \cap C\ 3) =$$

$$= P(C\ 1) \cdot P(E^c|C\ 1) \ + P(C\ 2) \cdot P(E^c|C\ 2) \ + P(C\ 3) \cdot P(E^c|C\ 3)$$

$$= \frac{100}{230} \cdot \frac{85}{100} + \frac{80}{230} \cdot \frac{72}{80} + \frac{50}{230} \cdot \frac{40}{50} = 0{,}8565 \qquad \Rightarrow \mathbf{85{,}65\%}$$

OTRA MANERA

- $P(E^c) = 1 - P(E)$
- $P(\,E) = P(\,E \cap C\ \ 1) + P(\,E \cap C\ 2) + P(\,E \cap C\ 3) =$

$$= P(C\ 1) \cdot P(E|C\ 1) + P(C\ 2) \cdot P(E|C\ 2) + P(C\ 3) \cdot P(E|C\ 3) =$$

$$= \frac{100}{230} \cdot \frac{15}{100} + \frac{80}{230} \cdot \frac{8}{80} + \frac{50}{230} \cdot \frac{10}{50} = 0{,}1435$$

- $P(E) = 0{,}1435 \Rightarrow \boldsymbol{P(E^c) = 1 - P(E) = 1 - 0{,}1435 = 0{,}8565}$

d) Probabilidad de que la página con errores sea del Capítulo 3.

Haciendo uso del Teorema Bayes:

$$P(C\ 3|E) = \frac{P(E\mid C\ 3) \cdot P(C\ 3)}{P(E)} = \frac{\frac{10}{50} \cdot \frac{50}{230}}{\frac{33}{230}} = \frac{10}{33} = 0{,}303 \Rightarrow$$

$$P(C\ 3\mid E) = \mathbf{0{,}303} \Rightarrow \mathbf{30{,}3}\ \%$$

2022

B.3. *Problema de cálculo de probabilidades.*

a) Sabemos que $P(A) = 0{,}4\,;\quad P(B) = 0{,}3\,;\; P(A \cup B) = 0{,}5.$

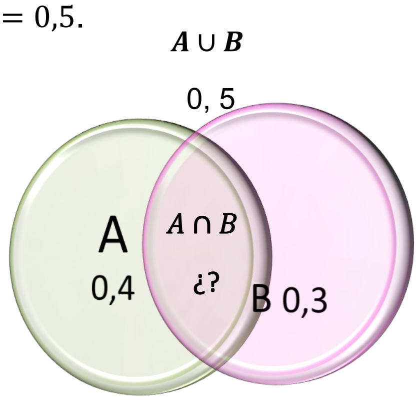
Entonces:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \;\Rightarrow$

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \;\Rightarrow$

$P(A \cap B) = 0{,}4 + 0{,}3 - 0{,}5 = 0{,}2 \;\Rightarrow$

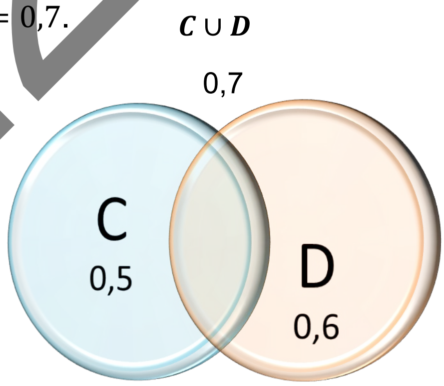
$\boldsymbol{P(A \cap B) = 0{,}2}$



b) Sabemos que $P(C) = 0{,}5\,;\quad P(D) = 0{,}6\,;\; P(C \cup D) = 0{,}7.$

$$\boldsymbol{P(C\,/\,D)} = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{[P(C) + P(D) - P(C \cup D)]}{P(D)} =$$

$$= \frac{0{,}5 + 0{,}6 - 0{,}7}{0{,}6} = \mathbf{0{,}666}$$



2022

c) Sabemos que $P(A) = 0{,}4\,;\; P(E) = 0{,}6$ y que los sucesos E y A son independientes.

- Por ser independientes: $P(E \cap A) = P(E) \cdot P(A)$
- La probabilidad de que ocurra alguno de los dos sucesos es la probabilidad de que suceda E o suceda A, es decir, la probabilidad de que suceda la unión $E \cup A$.

Entonces:

$$\boldsymbol{P(E \cup A)} = P(E) + P(A) - P(E \cap A) = P(E) + P(A) - P(E) \cdot P(A) =$$

$$= 0{,}6 + 0{,}4 - 0{,}6 \cdot 0{,}4 = \mathbf{0{,}76}$$

BLOQUE: INFERENCIA ESTADÍSTICA

A.4. *Comprensión y utilización de una distribución normal.*

La puntuación obtenida en el examen $X \equiv \mathcal{N}\,(6{,}8\,,\ \sigma\,)$

a) Cálculo de la desviación típica.

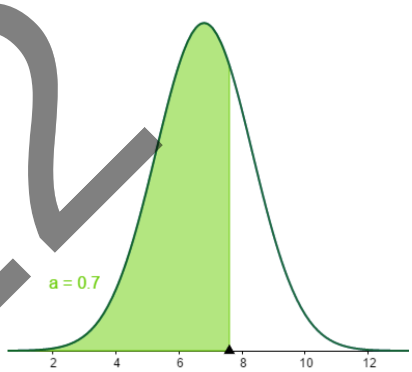
$$P(X > 7{,}6) = 0{,}3 \Rightarrow P(X \le 7{,}6) = 0{,}7$$

- $P(X \le 7{,}6) = 0{,}7 \;\Longrightarrow P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{7{,}6-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}7 \Rightarrow P\left(Z \le \frac{7{,}6-6{,}8}{\sigma}\right) = P\left(Z \le \frac{0{,}8}{\sigma}\right) = 0{,}7$

Buscamos en la tabla de la distribución $Z \equiv \mathcal{N}(0,1)$:

$$P\left(Z \le \frac{0{,}8}{\sigma}\right) = 0{,}7 \;\Rightarrow\; \frac{0{,}8}{\sigma} = 0{,}525 \;\Rightarrow$$

$$\Longrightarrow \quad \boldsymbol{\sigma} = \frac{0{,}8}{0{,}525} = \mathbf{1{,}5238}$$



2022

b) Si $\sigma = 1{,}5$, calculamos el valor de k (puntuación) que solo supera el 20 % del alumnado.

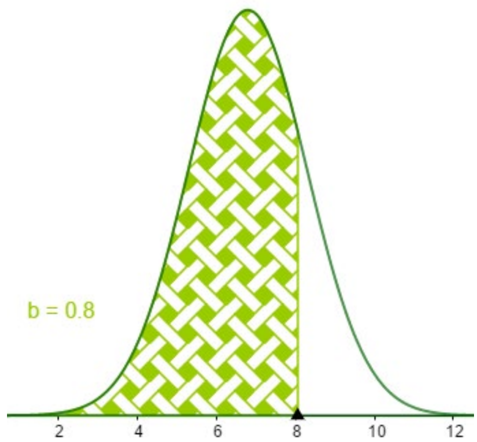
$$X \equiv \mathcal{N}\,(6{,}8\,,\ \ 1{,}5\,)$$

$$P(X \le k) = 0{,}8 \;\Longrightarrow P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{k-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}8 \;\Rightarrow\; P\left(Z \le \frac{k-6{,}8}{1{,}5}\right) = 0{,}8$$

Buscamos en la tabla de la distribución $Z \equiv \mathcal{N}(0,1)$:

$$\frac{k-6{,}8}{1{,}5} = 0{,}845 \;\Rightarrow$$

$$\boldsymbol{k = 6{,}8 + 0{,}845 \cdot 1{,}5 = 8{,}0675}$$



Por lo tanto, solamente el 20% del alumnado obtiene una nota superior a 8,1 puntos.

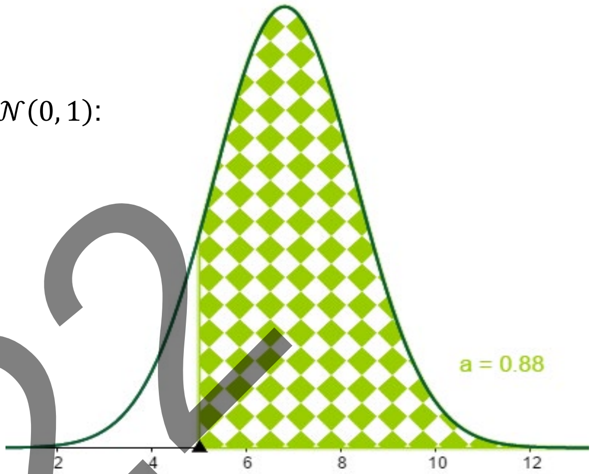
c) Si $\sigma = 1{,}5$, para calcular el porcentaje del alumnado que ha aprobado el examen. Dada

$$X \equiv \mathcal{N}\,(6{,}8\,,\ 1{,}5\,)$$

$$P(X \geq 5) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq \frac{k-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \geq \frac{5-6{,}8}{1{,}5}\right) = P(Z \geq -1{,}2) = P(Z \leq 1{,}2)$$

Buscamos en la tabla de la distribución $Z \equiv \mathcal{N}(0,1)$:

$\boldsymbol{P(Z \leq 1{,}2) = 0{,}8849 = 88{,}49}\%$



Luego, alrededor del 88,5% del alumnado ha aprobado el examen.

2022

B.4. *Cálculo del intervalo de confianza para la proporción de una población y error máximo admisible.*

a) Estimar con un nivel de confianza del 95 % el porcentaje de personas de la población que han recibido la vacuna.

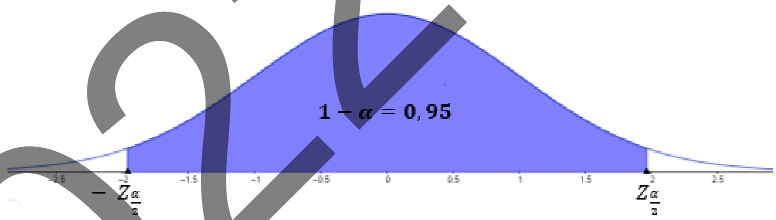
- Si el tamaño de muestra n es grande, la distribución de la proporción muestral es:

$$\mathcal{N}\left(\mu = p \,, \sigma = \sqrt{\frac{pq}{n}}\right).$$

- En la muestra de 1000 personas, 860 han sido vacunadas, entonces $\boldsymbol{\hat{p} = \frac{860}{1000} = 0,86}$ es la proporción muestral de personas vacunadas.

- El intervalo de confianza para la proporción de población vacunada con un nivel de confianza del 95 % es:

$$\left(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \,, \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right)$$



Calculamos $z_{\frac{\alpha}{2}}$.

Nivel de confianza: $n_c = 0{,}95 = 1 - \alpha \Rightarrow \alpha = 0{,}05 \;\Rightarrow\; \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \;\Rightarrow\; Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96$

$$P\left(Z \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 0{,}025 \Rightarrow 1 - P\left(Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 0{,}025 \Rightarrow P\left(Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 0{,}975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96$$

$\hat{p} = \frac{860}{1000} = 0{,}86 \Rightarrow \hat{q} = 1 - \hat{p} = 0{,}14.$

Luego $\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = \sqrt{\frac{0{,}86\cdot 0{,}14}{1000}} = 0{,}01097$

Por lo tanto, el intervalo de confianza para la proporción de población vacunada con un nivel de confianza del 95 % es:

$$\left(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \,, \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right) = (0{,}86 - 1{,}96\cdot 0{,}01097,\; 0{,}86 + 1{,}96\cdot 0{,}01097\,) =$$

$$= (\mathbf{0{,}8385}, \qquad \mathbf{0{,}8815}\,)$$

Por lo tanto, el porcentaje de personas de la población que han recibido la vacuna está entre el 83,85 % y el 88,15 % con un nivel de confianza del 95 %.

2022

b) Calcular el error máximo admisible para dicho nivel de confianza.

El error máximo admisible con un nivel de confianza del 95 % para la estimación de la proporción es la mitad de la amplitud del intervalo de confianza, esto es:

$$e_m = Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}$$

Por lo tanto:

$$e_m = z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 1{,}96 \cdot 0{,}01097 = \frac{0{,}8815 - 0{,}8385}{2} = \mathbf{0{,}0215} \Rightarrow \mathbf{2{,}15}\,\%$$

c) Interpretar los resultados obtenidos.

Se puede decir con un nivel de confianza del 95 %, que el porcentaje de la población que está vacunada es mayor que el 83,85 % y menor que el 88,15 %, lo que supone un error máximo del 2,15 %.

2022