eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

Matemáticas aplicadas a las CCSS II

EAU 2022

www.ehu.eus

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

2022ko EZOHIKOA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

EXTRAORDINARIA 2022

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

- ***Azterketa honek zortzi problema ditu lau bloketan banatuta.***
  Zortzi problema horietatik lauri erantzun behar diezu, eta lau horiek gutxienez hiru bloke desberdinetakoak izan behar dute.
- *Jarraibideetan adierazitakoei baino galdera gehiagori erantzunez gero, erantzunak ordenari jarraituta zuzenduko dira, harik eta beharrezko kopurura iritsi arte.*

Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, baina, **ezin ditu izan** ezaugarri hauek:

- pantaila grafikoa
- datuak transmititzeko aukera
- programatzeko aukera
- ekuazioak ebazteko aukera
- matrize-eragiketak egiteko aukera
- determinanteen kalkulua egiteko aukera
- deribatuak eta integralak ebazteko aukera
- datu alfanumerikoak gordetzeko aukera.

- ***Este examen tiene ocho problemas distribuidos en cuatro bloques.***
  De estos ocho problemas tienes que responder a cuatro, de por lo menos tres bloques diferentes.
- *En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.*

Está permitido el uso de calculadoras científicas **que no presenten** ninguna de las siguientes prestaciones:

- pantalla gráfica
- posibilidad de trasmitir datos
- programable
- resolución de ecuaciones
- operaciones con matrices
- cálculo de determinantes
- derivadas e integrales
- almacenamiento de datos alfanuméricos.

Universidad del País Vasco | Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

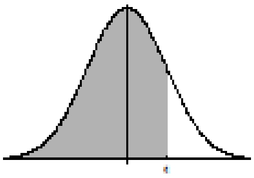
2022ko EZOHIKOA

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

EXTRAORDINARIA 2022

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II



$N(0,1)$ kurbak $-\infty$-tik z-raino mugatutako azalerak

Áreas limitadas por la curva $N(0,1)$ desde $-\infty$ hasta z

	0	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0'5359
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714	0'5753
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103	0'6141
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480	0'6517
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844	0'6879
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0'7224
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517	0'7549
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823	0'7852
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106	0'8133
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365	0'8389
1	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599	0'8621
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810	0'8830
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997	0'9015
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162	0'9177
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306	0'9319
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429	0'9441
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535	0'9545
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625	0'9633
1'8	0'9641	0'9649	0'9656	0'9664	0'9671	0'9678	0'9686	0'9693	0'9699	0'9706
1'9	0'9713	0'9719	0'9726	0'9732	0'9738	0'9744	0'9750	0'9756	0'9761	0'9767
2	0'9772	0'9778	0'9783	0'9788	0'9793	0'9798	0'9803	0'9808	0'9812	0'9817
2'1	0'9821	0'9826	0'9830	0'9834	0'9838	0'9842	0'9846	0'9850	0'9854	0'9857
2'2	0'9861	0'9864	0'9868	0'9871	0'9875	0'9878	0'9881	0'9884	0'9887	0'9890
2'3	0'9893	0'9896	0'9898	0'9901	0'9904	0'9906	0'9909	0'9911	0'9913	0'9916
2'4	0'9918	0'9920	0'9922	0'9925	0'9927	0'9929	0'9931	0'9932	0'9934	0'9936
2'5	0'9938	0'9940	0'9941	0'9943	0'9945	0'9946	0'9948	0'9949	0'9951	0'9952
2'6	0'9953	0'9955	0'9956	0'9957	0'9959	0'9960	0'9961	0'9962	0'9963	0'9964
2'7	0'9965	0'9966	0'9967	0'9968	0'9969	0'9970	0'9971	0'9972	0'9973	0'9974
2'8	0'9974	0'9975	0'9976	0'9977	0'9977	0'9978	0'9979	0'9979	0'9980	0'9981
2'9	0'9981	0'9982	0'9982	0'9983	0'9984	0'9984	0'9985	0'9985	0'9986	0'9986
3	0'9987	0'9987	0'9987	0'9988	0'9988	0'9989	0'9989	0'9989	0'9990	0'9990
3'1	0'9990	0'9991	0'9991	0'9991	0'9992	0'9992	0'9992	0'9992	0'9993	0'9993
3'2	0'9993	0'9993	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9995	0'9995	0'9995
3'3	0'9995	0'9995	0'9995	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9997
3'4	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9998
3'5	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998
3'6	0'9998	0'9998	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'7	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'8	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'9	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

BLOKEA: ALJEBRA

A.1. $[\![gehienez\ 2,5\ puntu]\!]$

$f(x,y) = 4x + 2y - 1$ funtzioaren maximoa eta minimoa lortu nahi dira honako murrizketa hauek definitutako esparruan:

$$\begin{cases} y - x \leq 4 \\ y + 2x \geq 7 \\ -2x - y + 13 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

a) $[\![1\ puntu]\!]$ Irudika ezazu aipatutako esparrua.

b) $[\![1,5\ puntu]\!]$ Kalkulatu zein puntutan lortzen diren funtzioaren maximoa eta minimoa, baita puntu horietan funtzioak dituen balioak ere.

B.1. $[\![gehienez\ 2,5\ puntu]\!]$

Izan bitez honako matrize hauek: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix}$ eta $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

a) $[\![0,75\ puntu]\!]$ Aurkitu zer balio izan behar duen/dituen x aldagaiak berdintza hau bete dadin:

$$B^2 = A$$

b) $[\![1\ puntu]\!]$ Berdin, honako hau bete dadin:

$$B + C = A^{-1}$$

c) $[\![0,75\ puntu]\!]$ Zehaztu ezazu x–ren balioa $A + B + C = 3 \cdot I_2$ betetzeko, non $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ den.

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco — Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

2022ko EZOHIKOA

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

EXTRAORDINARIA 2022

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

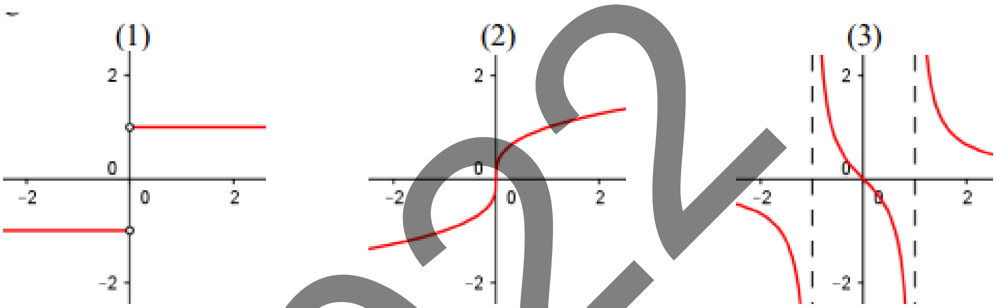
BLOKEA: ANALISIA

A.2. $[\![gehienez\ 2,5\ puntu]\!]$

a) $[\![\,0,9\ puntu]\!]$ Elkartu itzazu, arrazoituta, funtzio hauek:

$$A)\ f(x)=\frac{x}{x^2-1}\quad ;\quad B)\ g(x)=\frac{|x|}{x}\quad ;\quad C)\ h(x)=\sqrt[3]{x}$$

adierazpen grafiko hauekin:



b) $[\![\,1,6\ puntu]\!]$ Kasu bakoitzean, adierazpen grafikotik abiatuta, adieraz itzazu funtzioaren definizio-eremua eta ibilbidea.

B.2. $[\![gehienez\ 2,5\ puntos]\!]$

Patinete batek *t* denboraren arabera daraman $v\,(t)$ abiadura honako adierazpen honek zehazten du:

$$v\,(t)=\begin{cases} 7t^2 & baldin\ \ 0\le t<1 \\ 2t+a & baldin\ \ 1\le t\le 5 \\ -t^2+12t+b & baldin\ \ 5<t\le\ 10 \end{cases}$$

a) $[\![\,0,8\ puntu]\!]$ Zehaztu itzazu *a* eta *b* parametroen balioak $v\,(t)$ funtzioa $t=1$ eta $t=5$ uneetan jarraitua izan dadin.

b) $[\![\,1\ puntu]\!]$ $a=5$ eta $b=-20$ kasuan, zer unetan lortzen du patineteak abiadura maximoa? Zehaztu ezazu aipatutako abiadura maximo hori.

c) $[\![\ 0,7\ puntu]\!]$ $a=5$ eta $b=-20$ kasuan, egin ezazu funtzioaren adierazpen grafikoa.

BLOKEA: PROBABILITATEA

A.3. $[\![gehienez\ 2,5\ puntu]\!]$

40 lagunen artean New Yorkerako 4 bidaia zozketatuko dira 40 kartako karta sorta bat erabiliz. Pertsona bakoitzari karta bat emango zaio, eta errege bat jasotzen duen bakoitzak bidaia bat irabaziko du.

a) $[\![0,5\ puntu]\!]$ Kalkula ezazu zer probabilitate duen karta jaso duen lehen pertsonak bidaia bat irabazteko.

b) $[\![1,25\ puntu]\!]$ Kalkula ezazu zer probabilitate duen karta jaso duen bigarren pertsonak bidaia bat irabazteko.

c) $[\![0,75\ puntu]\!]$ Kalkula ezazu zer probabilitate dagoen lehenengo bi pertsonetako batek ere bidaia bat ez irabazteko.

B.3. $[\![gehienez\ 2,5\ puntu]\!]$

Deiene eta Kattalin saskibaloi-jokalariak dira. Deienek 5 jaurtiketatik 2 sartzen ditu; 7 jaurtiketatik 3 Kattalinek.

Biek saskira behin bakarrik botatzen baldin badute, kalkula itzazu honako gertaera hauen probabilitatea:

a) $[\![0,75\ puntu]\!]$ Biek saskiratu dute.

b) $[\![0,75\ puntu]\!]$ Inork ez du saskiratu.

c) $[\![0,5\ puntu]\!]$ Deienek baino ez du saskiratu.

d) $[\![0,5\ puntu]\!]$ Gutxienez batek saskiratu du.

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco | Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

2022ko EZOHIKOA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

EXTRAORDINARIA 2022

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

BLOKEA: INFERENTZIA ESTATISTIKOA

A.4. $[\![\boldsymbol{gehienez\ 2,5\ puntu}]\!]$

Hilabete jakin bateko tenperaturak 10 graduko batezbestekoa eta 16 gradu^2-ko bariantza dituen banaketa normal bati jarraitzen dio.

a) $[\![\boldsymbol{0,9\ puntu}]\!]$ Lor ezazu % 80rako tarte bereizgarria.

b) $[\![\boldsymbol{0,3\ puntu}]\!]$ Zer probabilitate dago egun bateko tenperatura 11º C baino altuagoa izateko?

c) $[\![\boldsymbol{0,6\ puntu}]\!]$ Zer probabilitate dago egun bateko tenperatura 8º C eta 10° C bitartean egoteko?

d) $[\![\boldsymbol{0,3\ puntu}]\!]$ Zein da 9° C baino gehiago izan duten egunen proportzioa?

e) $[\![\boldsymbol{0,4\ puntu}]\!]$ 30 eguneko hilabetea kontuan hartzen baldin badugu, zenbat egunetan izan da tenperatura 12° C baino baxuagoa?

B.4. $[\![\boldsymbol{gehienez\ 2,5\ puntu}]\!]$

Hiri bateko 16 urteko neskek batez beste zer pisu duten zenbatesteko, 100 tamainako zorizko lagin bat hartu da, eta hortik honako balio hauek lortu dira:

$$\bar{x} = 52{,}5\ kg \quad \text{eta} \quad s = 5{,}3\ kg$$

Baieztapen hau egin dugu:

“Hiri horretako 16 urteko nesken batez besteko pisua 51 kg eta 54 kg artean dago”.

Zer konfiantza-mailaz egin daiteke baieztapen hori?

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

BLOQUE: ÁLGEBRA

A.1 $[\![\boldsymbol{hasta\ 2,5\ puntos}]\!]$

Se quiere obtener el máximo y el mínimo de la función $f(x,y) = 4x + 2y - 1$ en el recinto definido por las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} y - x \le 4 \\ y + 2x \ge 7 \\ -2x - y + 13 \ge 0 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

a) $[\![\boldsymbol{1\ punto}]\!]$ Representa el recinto mencionado.

b) $[\![\boldsymbol{1,5\ puntos}]\!]$ Obtén los puntos en los que se alcanza el máximo y el mínimo de la función, así como los valores de la función en dichos puntos.

B.1 $[\![\boldsymbol{hasta\ 2,5\ puntos}]\!]$

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

a) $[\![\boldsymbol{0,75\ punto}]\!]$ Encuentra el valor o valores de x para que se cumpla la igualdad:

$$B^2 = A$$

b) $[\![\boldsymbol{1\ puntos}]\!]$ Igualmente, para que se cumpla:

$$B + C = A^{-1}$$

c) $[\![\boldsymbol{0,75\ puntos}]\!]$ Determina el valor de x para que $A + B + C = 3 \cdot I_2$, donde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco — Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

2022ko EZOHIKOA

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

EXTRAORDINARIA 2022

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

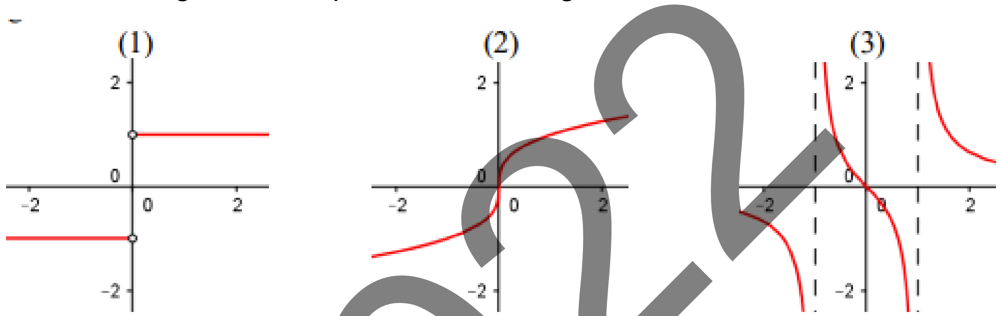
BLOQUE: ANÁLISIS

A.2 $[\![\textit{hasta } 2,5 \textit{ puntos}]\!]$

a) $[\![0,9 \textit{ puntos}]\!]$ Asocia, razonadamente, las funciones:

$$A)\ f(x)=\frac{x}{x^2-1}\quad ;\quad B)\ g(x)=\frac{|x|}{x}\quad ;\quad C)\ h(x)=\sqrt[3]{x}$$

con las siguientes representaciones gráficas:



b) $[\![1,6 \textit{ punto}]\!]$ En cada caso, a partir de su representación gráfica, indica el dominio y recorrido de la función.

B.2 $[\![\textit{hasta } 2,5 \textit{ puntos}]\!]$

La velocidad que lleva un patinete $v(t)$, en función del tiempo t, viene dada por la siguiente función:

$$v(t)=\begin{cases} 7t^2 & si\ \ 0\le t<1 \\ 2t+a & si\ \ 1\le t\le 5 \\ -t^2+12t+b & si\ \ 5<t\le 10 \end{cases}$$

a) $[\![0,8 \textit{ puntos}]\!]$ Determina los valores de *a* y *b* para que la función $v(t)$ sea continua en los instantes $t=1$ y $t=5$.

b) $[\![1 \textit{ punto}]\!]$ Para $a=5$ y $b=-20$, ¿en qué momento el patinete alcanza la velocidad máxima? Concreta la velocidad máxima mencionada.

c) $[\![0,7 \textit{ puntos}]\!]$ En el caso $a=5$ y $b=-20$, realiza la representación gráfica de la función.

BLOQUE: PROBABILIDAD

A.3. $[\![hasta\ 2,5\ puntos]\!]$

Se van a sortear 4 viajes a Nueva York entre 40 personas utilizando una baraja de 40 cartas. Se reparte una carta por persona y cada una que recibe un rey ganará un viaje.

a) $[\![\ 0,5\ puntos]\!]$ Calcula la probabilidad de que gane un viaje la primera persona que recibe la carta.

b) $[\![\ 1,25\ puntos]\!]$ Calcula la probabilidad de que gane un viaje la segunda persona que recibe la carta.

c) $[\![\ 0,75\ puntos]\!]$ Calcula la probabilidad de que ninguna de las dos primeras personas gane un viaje.

B.3. $[\![hasta\ 2,5\ puntos]\!]$

Deiene y Kattalin son jugadoras de baloncesto. Deiene encesta 2 de cada 5 tiros; Kattalin 3 de cada 7.

Si ambas tiran a canasta una sola vez, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

a) $[\![\ 0,75\ puntos]\!]$ Ambas han encestado.

b) $[\![\ 0,75\ puntos]\!]$ Ninguna ha encestado.

c) $[\![\ 0,5\ puntos]\!]$ Sólo Deiene ha encestado.

d) $[\![\ 0,5\ puntos]\!]$ Al menos una ha encestado.

BLOQUE: INFERENCIA ESTADÍSTICA

A.4 $[\![hasta\ 2,5\ puntos]\!]$

La temperatura en un determinado mes sigue una distribución normal de media 10 grados y de varianza 16 grados^2.

a) $[\![0,9\ puntos]\!]$ Obtén el intervalo característico para el 80%.

b) $[\![0,3\ puntos]\!]$ ¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura de un día sea superior a 11º?

c) $[\![0,6\ puntos]\!]$ ¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura de un día esté entre 8º y 10º?

d) $[\![0,3\ puntos]\!]$ ¿Cuál es la proporción de días con más de 9º?

e) $[\![0,4\ puntos]\!]$ Si consideramos un mes de 30 días, ¿en cuántos días la temperatura ha sido inferior a 12º?

B.4 $[\![hasta\ 2,5\ puntos]\!]$

Para estimar el peso medio de las chicas de 16 años de una ciudad, se ha tomado una muestra aleatoria de tamaño 100, a partir de la que se han obtenido los siguientes valores:

$$\bar{x} = 52,5\ kg \ \text{ y } \ s = 5,3\ kg$$

Hemos hecho la siguiente afirmación:

"El peso medio de las chicas de 16 años de esta ciudad está entre 51 kg y 54 kg".

¿Con qué nivel de confianza se puede hacer esta afirmación?

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II

EBALUATZEKO IRIZPIDE OROKORRAK

1. Azterketa zortzi ariketaz osatuta dago.
2. ***Zortzi problema horietatik lauri erantzun behar zaie, eta lau horiek gutxienez hiru bloke desberdinetakoak izan behar dute.***
3. Galdera gehiagori erantzunez gero, erantzunak egin diren ordenari jarraituta zuzenduko dira, harik eta beharrezko kopurura iritsi arte.
4. Probaren puntuazioa, guztira, 0 eta 10 puntu bitartekoa izango da.
5. Ariketa bakoitza 0 eta 2,5 puntu artean baloratuko da.
6. Galdera batean erabili beharreko ebazpen-metodoa zehazten ez bada, galdera hori modu egokian ebazten duen edozein bide onartuko da.

BALORAZIO POSITIBOA MEREZI DUTEN FAKTOREAK

- Planteamendu zuzenak, bai planteamendu orokorra, bai atal bakoitzaren planteamendua (halakorik baldin badago).
- Kontzeptuak, hiztegia eta notazio zientifikoa zuzen erabiltzea.
- Zenbakizko datuak eta datu grafikoak interpretatzeko edo/eta kalkulatzeko erabiltzen diren teknika espezifikoak ezagutzea.
- Problema osorik bukatzea eta emaitzaren zehaztasuna.
- Bi emaitza zenbakizko kalkuluetan erabilitako zehaztasun-mailan soilik desberdintzen badira, biak ontzat emango dira.
- Zenbakizko akatsak, kalkuluetan egindakoak, etab., ez dira kontuan hartuko, baldin eta akats kontzeptualak ez badira.
- Ariketa ebaztean egindako pausoen azalpen argia.
- Ariketa eta haren soluzioa hobeto ikusarazten dituzten ideiak, grafikoak, aurkezpenak, eskemak…
- Aurkezpenaren txukuntasuna, bai eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek beharko lukeen heldutasuna erakusten duen beste edozein alderdi.

BALORAZIO NEGATIBOA MEREZI DUTEN FAKTOREAK

- Planteamendu okerrak.
- Kontzeptuen nahasketa.
- Kalkulu-akatsen ugaritasuna (oinarrizko gabezien adierazle delako).
- Akats bakanak, hausnarketa kritikoa edo sen ona falta dela erakusten dutenean (adibidez, problema baten soluzioa –3,7 hozkailu dela esatea, edo probabilitate baten balioa 2,5 dela esatea).
- Akats bakanak, haien ondorioz ebatzitako problema hasieran proposatutakoa baino errazagoa bilakatzen denean.
- Azalpenik eza, bereziki erabiltzen ari diren aldagaien esanahia.
- Akats ortografiko larriak, desordena, garbitasun falta, idazkera okerra, eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek izan beharko ez lukeen edozein ezaugarri desegoki.

ARIKETA BAKOITZARI DAGOZKION IRIZPIDE BEREZIAK

BLOKEA: ALJEBRA

A.1 ariketa *(gehienez 2,5 puntu)*

a. **1 puntu.** Bideragarritasun-eskualdea irudikatzea**.**

- Murrizketa bakoitzaren irudikapena 0,1 puntu; beraz**, 0,5 puntu.**
- Eskatutako esparrua zehaztea, **0,5 puntu.**

b. **1,5 puntu.** Maximoa eta minimoa zehaztea, eta haietan funtzioak zer balio dituen**.**

- Bideragarritasun-eskualdeko erpinak zehaztea.
  - A erpina, **0,125 puntu.**
  - B erpina, **0,25 puntu.**
  - C erpina, **0,25 puntu.**
  - D erpina, **0,125 puntu.**
- Funtzioa erpinetan balioestea, **0,5 puntu.**
- Helburu-funtzioaren balioa zehaztea, **0,25 puntu.**

B.1 ariketa (gehienez 2,5 puntu)

a. **0,75 puntu.**

- B^2 matrizea kalkulatzea **0,5 puntu.**
- x-ren balioa lortzea, **0,25 puntu.**

b. **1 puntu.**

- A matrizearen alderantzizkoa kalkulatzea:
  - A matrizearen determinantea kalkulatzea, **0,15 puntu.**
  - A matrizearen adjuntua, **0,5 puntu.**
  - A matrizearen alderantzizkoa, **0,15 puntu.**
- x-ren balioa lortzea, **0,2 puntu.**

c. **0,75 puntu.**

- $3 \cdot I_2$ matrizearen kalkulua egitea, **0,5 puntu.**
- x-ren balioa lortzea, **0,25 puntu.**

BLOKEA: ANALISIA

A.2 ariketa (gehienez 2,5 puntu)

a. 0,9 puntu.

- (A) grafikoa bere funtzioarekin elkartzea modu arrazoituan, **0,3 puntu.**
- (B) grafikoa bere funtzioarekin elkartzea modu arrazoituan, **0,3 puntu.**
- (C) grafikoa bere funtzioarekin elkartzea modu arrazoituan, **0,3 puntu.**

b. 1,6 puntu.

- (1) grafikoa
  - Definizio-eremua, **0,3 puntu.**
  - Ibilbidea, **0,3 puntu.**
- (2) grafikoa
  - Definizio-eremua, **0,2 puntu.**
  - Ibilbidea, **0,2 puntu.**
- (3) grafikoa
  - Definizio-eremua, **0,3 puntu.**
  - Ibilbidea, **0,3 puntu.**

B.2 ariketa (gehienez 2,5 puntu)

a. 0,8 puntu.

- Jarraitutasuna $t = 1$ puntuan.
  - Funtzio baten jarraitutasuna $t = 1$ puntuan definitzea, **0,1 puntu.**
  - Alboko limiteak, **0,3 puntu.**
- Jarraitutasuna $t = 5$ puntuan.
  - Funtzio baten jarraitutasuna $t = 5$ puntuan definitzea, **0,1 puntu.**
  - Alboko limiteak, **0,3 puntu.**

b. 1 puntu.

- $v'(t)$-ren kalkulua, **0,25 puntu.**
- $v''(t)$-ren kalkulua, **0,25 puntu.**
- $v\,(t)$ funtzioaren maximoa zer puntutan lortzen den adieraztea, **0,25 puntu.**
- Abiadura maximoa zehaztea, **0,25 puntu.**

Oharra: Abiadura maximoa zehaztuz gero, baina maximo absolutua dela egiaztatu barik, atalaren puntuazio osoa hau izango da: **0,75 puntu.**

c. 0,7 puntu.

- $v(t) = 7t^2$ funtzioaren adierazpen grafikoa, **0,2 puntu.**
- $v(t) = 7t + 5$ funtzioaren adierazpen grafikoa, **0,2 puntu.**
- $v(t) = -t^2 + 12t - 20$ funtzioaren adierazpen grafikoa, **0,3 puntu.**

BLOKEA: PROBABILITATEA

A.3 ariketa (gehienez 2,5 puntu)

a. 0,5 puntu.
- Eskatutako probabilitatea kalkulatzea, **0,5 puntu.**

b. 1,25 puntu.
- Zuhaitz-diagrama edo eskemaren bat egitea, **0,25 puntu.**
- Probabilitate osoaren formula adieraztea, **0,5 puntu.**
- Eskatutako probabilitatea kalkulatzea, **0,5 puntu.**

c. 0,75 puntu.
- Adieraztea zer kalkulatu behar den, **0,25 puntu.**
- Eskatutako probabilitatea kalkulatzea, **0,5 puntu.**

B.3 ariketa (gehienez 2,5 puntu)

a. 0,75 puntu.
- Adieraztea zer kalkulatu behar den, **0,1 puntu.**
- Gertaera askeak direla adieraztea, **0,2 puntu.**
- $P(D \cap K)$ eskatutako probabilitatea kalkulatzea, **0,45 puntu.**

b. 0,75 puntu.
- Adieraztea zer kalkulatu behar den, **0,1 puntu.**
- Gertaera askeak direla adieraztea, **0,2 puntu.**
- $P(D^c \cap K^c)$ eskatutako probabilitatea kalkulatzea, **0,45 puntu.**

c. 0,5 puntu.
- Adieraztea zer kalkulatu behar den, **0,2 puntu.**
- $P(D \cap K^c)$ eskatutako probabilitatea kalkulatzea, **0,3 puntu.**

d. 0,5 puntu.
- Adieraztea zer kalkulatu behar den, **0,1 puntu.**
- $P(D \cup K)$ formula adieraztea, **0,1 puntu.**
- Eskatutako probabilitatea kalkulatzea, **0,3 puntu.**

BLOKEA: INFERENTZIA ESTATISTIKOA

A.4 ariketa (gehienez 2,5 puntu)

a. **0,9 puntu.**
- Tarte bereizgarria nola adierazten den zehaztea, **0,25 puntu.**
- Aldagaiaren tipifikazioa, **0,25 puntu.**
- Banaketa normalaren taulan balioa zehaztea, **0,15 puntu.**
- Tarte bereizgarria zehaztea, **0,25 puntu.**

b. **0,3 puntu.**
- $P(X \geq 11)$ probabilitatea zehaztea, **0,3 puntu.**

c. **0,6 puntu.**
- $P(X \leq 10)$ probabilitatea zehaztea, **0,25 puntu.**
- $P(X \leq 8)$ probabilitatea zehaztea, **0,25 puntu.**
- Eskatutako probabilitatea kalkulatzea, **0,1 puntu.**

d. **0,3 puntu.**
- $P(X \geq 9)$ probabilitatea kalkulatzea, **0,2 puntu.**
- Eskatutako proportzioa adieraztea, **0,1 puntu.**

e. **0,4 puntu.**
- Eskatutako probabilitatea kalkulatzea, **0,3 puntu.**
- Zenbat egunetan adieraztea, **0,1 puntu.**

B.4 ariketa (gehienez 2,5 puntu)

- Konfiantza-maila zer den adieraztea, **0,2 puntu.**
- Errore maximo onargarriaren formula adieraztea, **0,2 puntu.**
- Errore maximo onargarria zehaztea **0,3 puntu.**
- $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ lortzea, **0,75 puntu.**
- $\frac{\alpha}{2}$ lortzea, **0,75 puntu.**
- Konfiantza-maila zehaztea, **0,3 puntu.**

EBAZPENAK

BLOKEA: ALJEBRA

A.1 *Bi aldagaiko programazio linealeko problema bat ebaztea.*

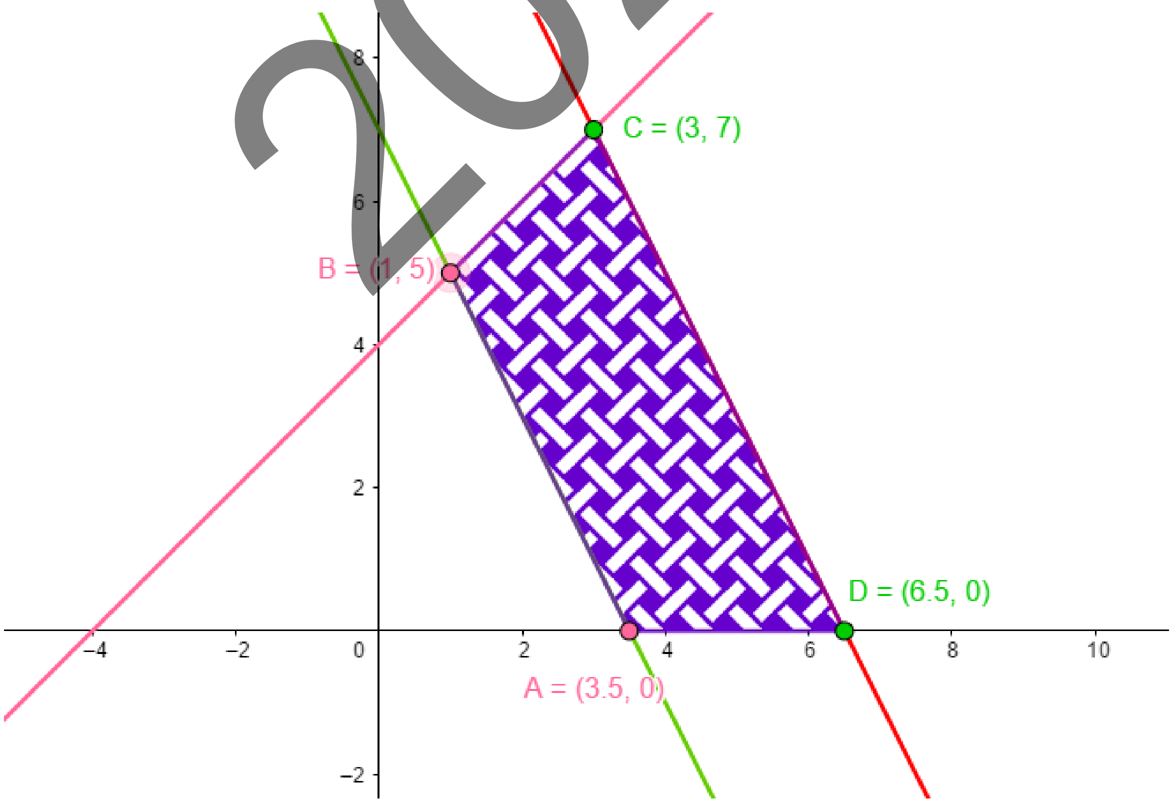
a) Soluzio bideragarrien esparrua irudikatzea XY planoan.

- Helburu-funtzioa hau da:

$$f(x,y) = 4\,x + 2y - 1$$

- Murrizketak hauek dira: $\begin{cases} y - x \le 4 \\ y + 2x \ge 7 \\ -2x - y + 13 \ge 0 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$

- Beraz, XY planoan, hau da soluzio bideragarrien esparrua:



b) Helburu-funtzioaren maximoa eta minimoa, bai eta funtzioak puntu horietan dituen balioak ere.

- Erpinak hauek dira:
  - $A = ?$

    $$A = \begin{cases} y + 2x = 7 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow 2x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{2} \Rightarrow A\left(\frac{7}{2}, 0\right)$$
  - $B = ?$

    $$B = \begin{cases} y - x = 4 \\ y + 2x = 7 \end{cases} \Rightarrow 4 + 3x = 7 \Rightarrow x = 1, \quad y = 5 \Rightarrow B(1, 5)$$
  - $C = ?$

    $$C = \begin{cases} y - x = 4 \\ 2x + y = 13 \end{cases} \Rightarrow 4 + 3x = 13 \Rightarrow x = 3, \quad y = 7 \Rightarrow C(3, 7)$$
  - $D = ?$

    $$D = \begin{cases} -2x - y + 13 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow -2x = -13 \Rightarrow x = \frac{13}{2} \Rightarrow D\left(\frac{13}{2}, \ 0\right)$$

Beraz, erpinak hauek dira:

$$A\left(\frac{7}{2}, \ 0\right), \quad B(1, \ 5), \quad C(3, \ 7), \quad D\left(\frac{13}{2}, \ 0\right)$$

- Erpin horietan helburu-funtzioak hartzen dituen balioak kalkulatuko ditugu:

$$f(A) = f\left(\frac{7}{2}, \ 0\right) = 13$$

$$f(B) = f(1, \ 5) = 13$$

$$f(C) = f(3, \ 7) = 25$$

$$f(D) = f\left(\frac{13}{2}, \ 0\right) = 25$$

- Ikusten dugu helburu-funtzioak balio maximoa C eta D puntuetan hartzen duela; beraz, helburu-funtzioak **CD zuzenkiko puntu guztietan balio maximoa** hartzen du, eta aipatutako puntuetan helburu funtzioaren balioa **25 da**.

- Era berean, helburu-funtzioak balio minimoa A eta B puntuetan hartzen du; beraz, helburu-funtzioak **balio minimoa AB zuzenkiko puntu guztietan** hartzen du, eta aipatutako puntuetan helburu funtzioaren balioa **13 da**.

B.1 *Kalkulu matriziala: Matrizeen propietateak. Ekuazio matrizial bat ebaztea.*

a) Aurkitu ezazu edo itzazu x –ren balioa edo balioak $B^2 = A$ betetzeko.

$$B^2 = A \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1+x^2 & x \\ x & x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1+x^2 = 2 \\ x = 1 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{x = 1}$$

b) Aurkitu ezazu edo itzazu x –ren balioa edo balioak $B + C = A^{-1}$ betetzeko.

- $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1$
- $A^{-1} = \frac{1}{|A|}(Adj\ A)^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & x-1 \\ x-1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boldsymbol{x = 0}$$

c) Zehaztu ezazu x –ren balioa $A + B + C = 3 \cdot I_2$ betetzeko.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & x \\ x & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{x = 0}$$

BLOKEA: ANALISIA

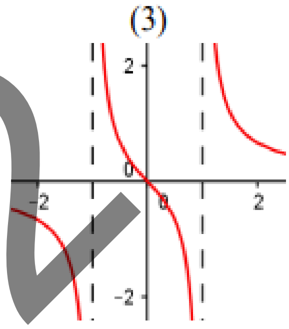
A.2 *Funtzioak adierazpen grafikoekin lotzea. Funtzio baten definizio-eremua eta ibilbidea identifikatzea.*

a) Elkartu, arrazoituz, A), B) eta C) funtzioak (1), (2) eta (3) grafikoekin.

- $A)\ f(x)=\frac{x}{x^2-1}$ funtzioa ez dago definituta $x=1$ eta $x=-1$ puntuetan; $f(x)$ funtzioak puntu horietako bakoitzean asintota bertikal bat du.

Ezaugarri horiek dituen funtzio bakarra (3) da.

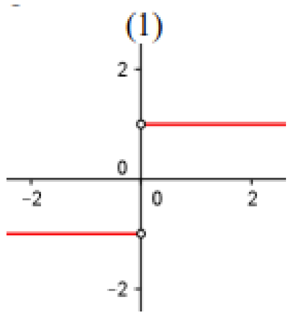
Beraz, **A) = (3).**



- $B)\ g(x)=\frac{|x|}{x}$ funtzioa ez dago definituta $x=0$ puntuan, eta konstantea eta berdin 1 da baldin $x>0$ bada; eta konstantea eta berdin –1 da $x<0$ bada.

Ezaugarri horiek dituen funtzio bakarra (1) da.

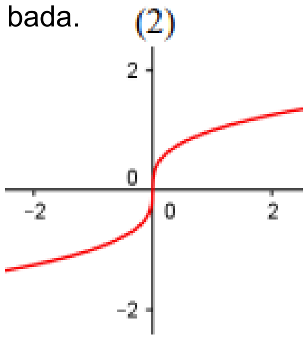
Beraz, **B) = (1).**



- $C)\ h(x)=\sqrt[3]{x}$ funtzioa $x=0$ puntutik pasatzen da, eta balio positiboak hartzen ditu $x>0$ bada; eta balio negatiboak $x<0$ bada.

Ezaugarri horiek dituen funtzio bakarra (2) da.

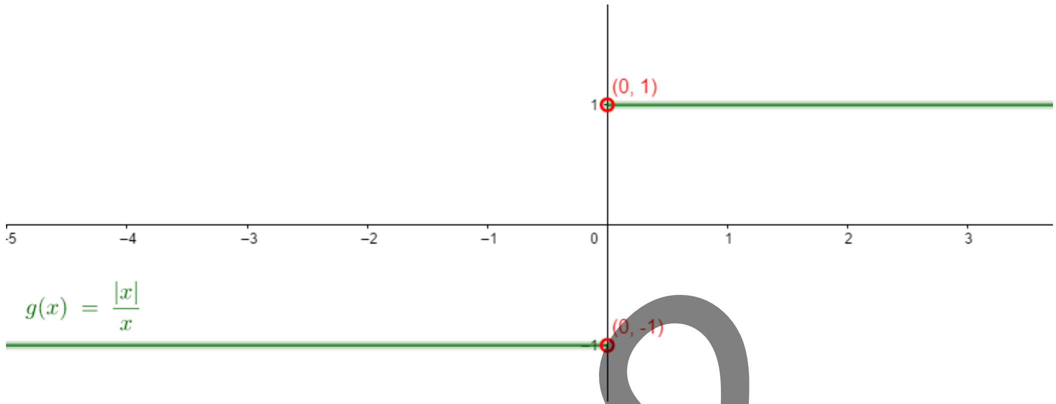
Beraz, **C) = (2)**



b) Kasu bakoitzean, adieraz itzazu funtzioaren definizio-eremua eta ibilbidea.

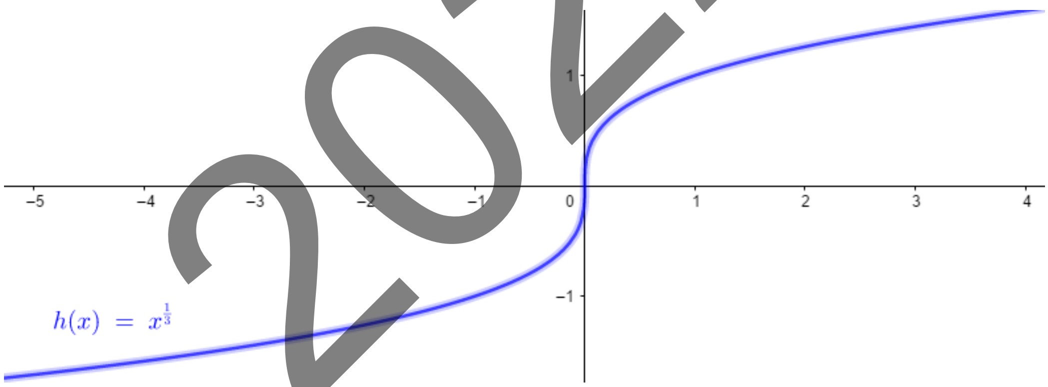
- Adierazpen grafikoa (1)

$$Definizio - eremua\ f(x) = \mathbb{R} - \{0\}, \ \ Ibilbidea\ f(x) = \{-1, 1\}$$



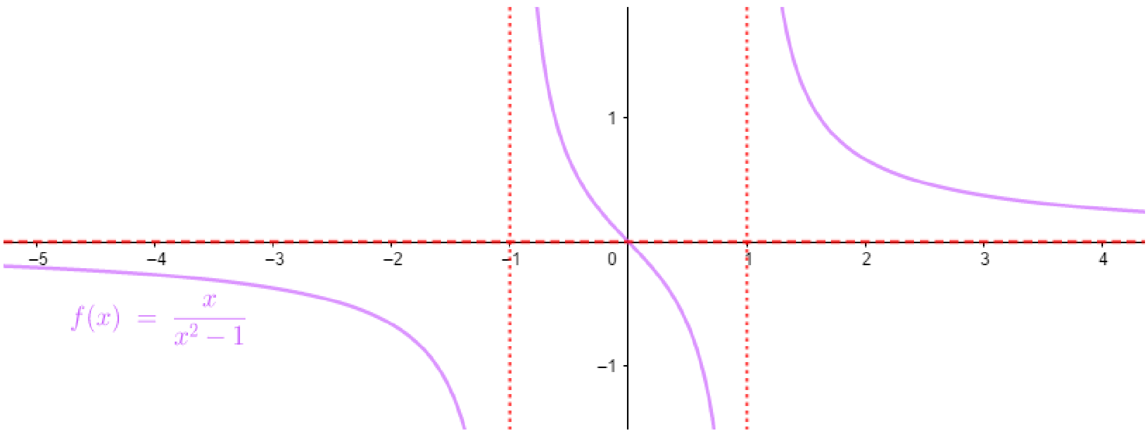
- Adierazpen grafikoa (2)

$$Definizio - eremua\ f(x) = \mathbb{R}\ , \ \ Ibilbidea\ f(x) = \mathbb{R}$$



- Adierazpen grafikoa (3)

$$Definizio - eremua\ f(x) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}, \ \ Ibilbidea\ f(x) = \mathbb{R}$$



B.2 *Funtzio bat aztertzea. Funtzioaren maximoen, minimoen, inflexio-puntuen kalkulua eta adierazpen grafikoa.*

Patinete batek *t* denboraren arabera daraman $v\ (t)$ abiadura hau da:

$$v\ (t) = \begin{cases} 7t^2 & baldin\ \ 0 \le t < 1 \\ 2t + a & baldin\ \ 1 \le t \le 5 \\ -t^2 + 12t + b & baldin\ \ 5 < t \le\ 10 \end{cases}$$

a) Zehaztu *a* eta *b* $v\ (t)$ funtzioa $t = 1$ eta $t = 5$ uneetan jarraitua izan dadin.

- $t = 1$ unean.

$$v(t)\ \ jarraitua\ \ t = 1\, puntuan\ \Leftrightarrow\ \lim_{t\to 1^-} v(t) = \lim_{t\to 1^+} v(t) = v(1)$$

- $\lim\limits_{t\to 1^-} v(t) = \lim\limits_{t\to 1^-} 7\,t^2 = 7$
- $\lim\limits_{t\to 1^+} v(t) = \lim\limits_{t\to 1^+} 2t + a = 2 + a$
- $v(1) = 2 + a$

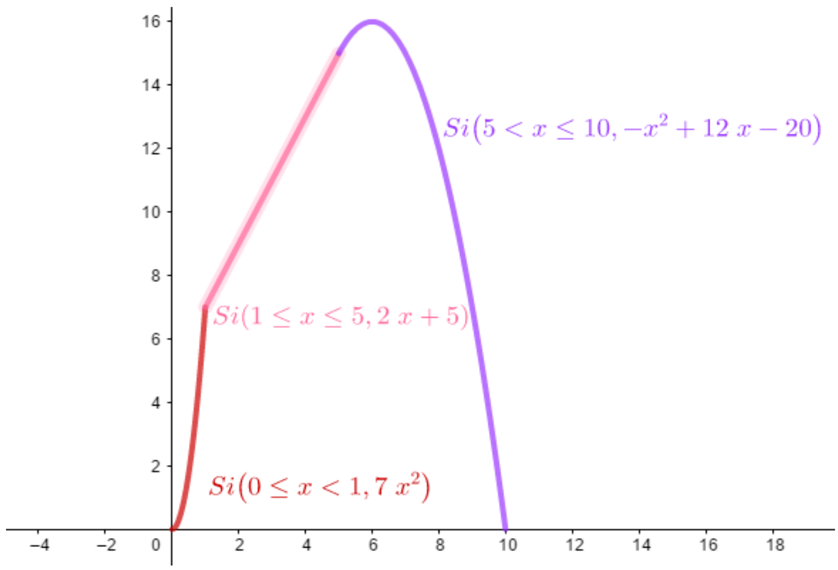
Beraz, $2 + a = 7\ \Rightarrow\ \boldsymbol{a = 5}$

- $t = 5$ unean.

$$v(t)\ \ jarraitua\ \ t = 5\, puntuan\ \Leftrightarrow\ \lim_{t\to 5^-} v(t) = \lim_{t\to 5^+} v(t) = v(5)$$

- $\lim\limits_{t\to 5^-} v(t) = \lim\limits_{t\to 5^-} 2\,t + a = \lim\limits_{t\to 5^-} 2\,t + 5 = 15$
- $\lim\limits_{t\to 5^+} v(t) = \lim\limits_{t\to 5^+} -t^2 + 12t + b = -25 + 60 + b = 35 + b$
- $v(5) = 15$

Beraz, $15 = 35 + b\ \Rightarrow\ \boldsymbol{b = -20}$



b) $a = 5$ eta $b = -20$ kasuan, zer unetan lortzen du patineteak abiadura maximoa?

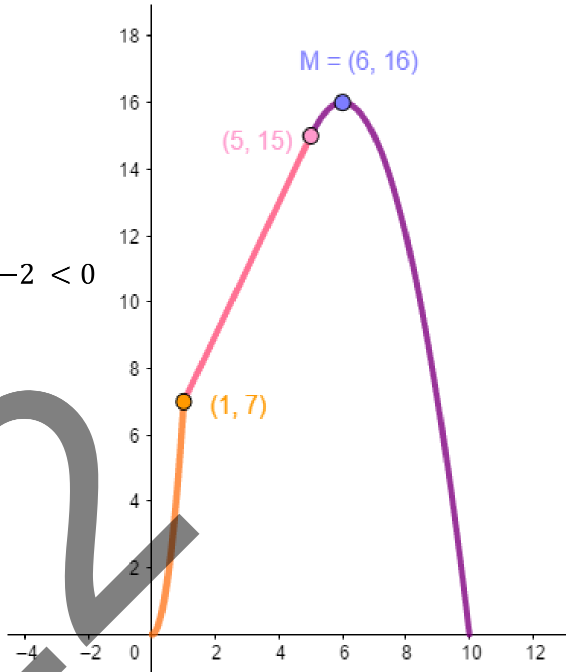
- $v'(t) = \begin{cases} 14t & 0 < t < 1 \\ 2 & 1 < t \leq 5 \\ -2t + 12 & 5 < t < 10 \end{cases}$

  Beraz, $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$

- $v''(t) = \begin{cases} 14 & 0 < t < 1 \\ 0 & 1 < t < 5 \\ -2 & 5 < t < 10 \end{cases} \Rightarrow v''(6) = -2 < 0$

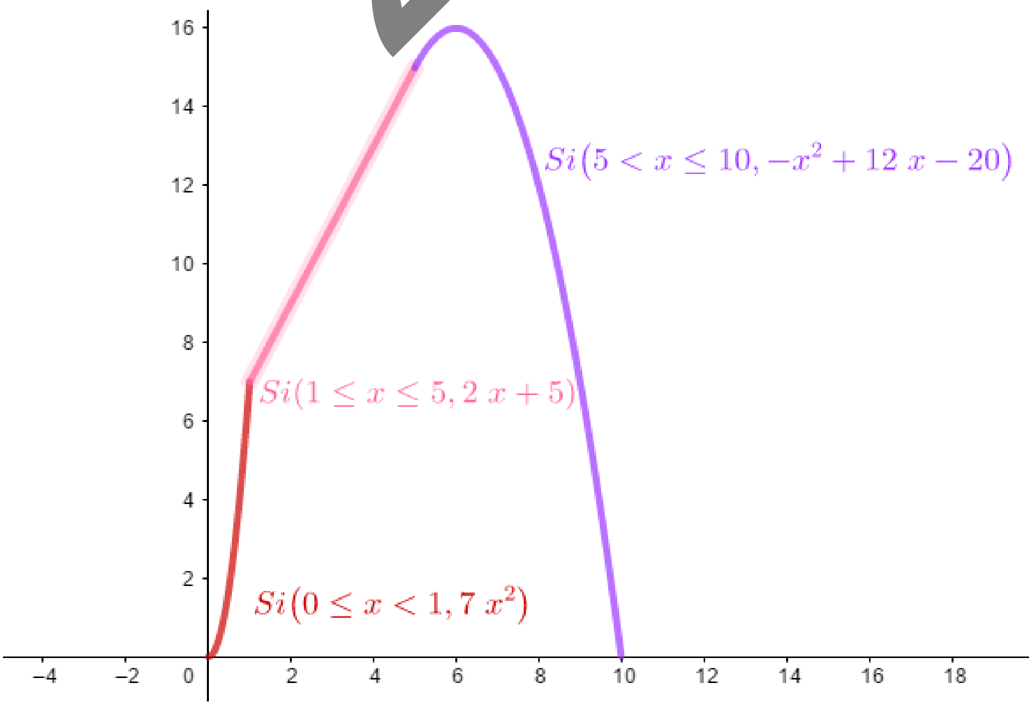
  Beraz, $t = 6$ maximo erlatiboa dugu.

- Maximo absolutua egiaztatzeko:
  - $v(6) = -6^2 + 12 \cdot 6 - 20 = 16$
  - $v(0) = 0$
  - $v(10) = 0$



Beraz, **abiadura maximoa $t = 6$ unean lortzen da, eta bere balioa 16 da.**

c) $a = 5$ eta $b = -20$ kasuan, egin ezazu funtzioaren adierazpen grafikoa.



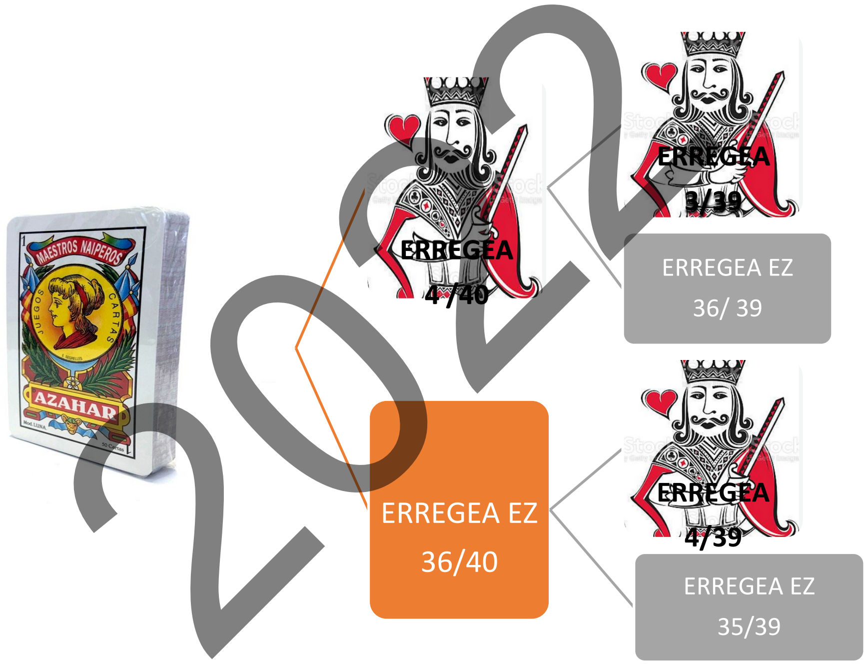
BLOKEA: PROBABILITATEA

A.3 *Probabilitate baten kalkulua*, *zuhaitz-diagramaren bidez edo probabilitate osoaren bidez.*

a) Karta jaso duen lehen pertsonak bidaia bat irabazteko probabilitatea.

$$P(1.\ pertsonak\ bidaia\ bat\ irabazten\ du) = P(E_1) = \frac{4}{40} = 0{,}1 \quad \Rightarrow \quad \%\ \mathbf{10}$$

b) Karta jaso duen bigarren pertsonak bidaia bat irabazteko probabilitatea.



$$P(2.pertsonak\ bidaia\ bat\ irabazten\ du) = P(E_2) =$$

$$= P(E_1)\cdot P(E_2|E_1) + P(E_1^c)\cdot P(E_2\,|\,E_1^c) = \frac{4}{40}\cdot\frac{3}{39} + \frac{36}{40}\cdot\frac{4}{39} = \frac{156}{1560} = 0{,}1$$

$$\Rightarrow \ \%\ \mathbf{10}$$

c) Lehenengo bi pertsonetako batek ere bidaia bat ez irabazteko probabilitatea.

$$P(lehenengo\ bi\ pertsonetako\ batek\ ere\ \ ez\ du\ irabazten\ bidaia\ bat) =$$

$$= P(E_1^c\ \cap\ E_2^c) = P(E_1^c)\cdot P(E_2^c\,|\,E_1^c) = \frac{36}{40}\cdot\frac{35}{39} = \frac{1260}{1560} = 0{,}8077 \ \Rightarrow \ \%\ \mathbf{80{,}77}$$

B.3 *Probabilitateen kalkuluei buruzko ariketa.*

$$P(Deienek\ saskiratu) = P(D) = \frac{2}{5} \ \Rightarrow\ P(D^c) = \frac{3}{5}$$

$$P(Kattalinek\ saskiratu) = P(K) = \frac{3}{7} \ \Rightarrow\ P(K^c) = \frac{4}{7}$$

a) Biek saskiratzeko probabilitatea, hau da, $D \cap K$ gertaeraren probabilitatea.

D eta K gertaerak askeak dira; orduan:

$$P(D \cap K) = P(D) \cdot P(K)$$

$$P(D \cap K) = P(D) \cdot P(K) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35} = 0{,}1714 \quad \Rightarrow \%\ \mathbf{17{,}14}$$

b) Inork ez-saskiratzeko probabilitatea, hau da, $D^c \cap K^c$ gertaeraren probabilitatea.

D eta K gertaerak askeak dira; orduan:

$$P(D^c \cap K^c) = P(D^c) \cdot P(K^c)$$

$$P(D^c \cap K^c) = P(D^c) \cdot P(K^c) = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{12}{35} = 0{,}3428 \quad \Rightarrow \%\ \mathbf{34{,}28}$$

c) Deienek baino ez saskiratzeko probabilitatea.

$$P(D \cap K^c) = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{8}{35} = 0{,}2286 \quad \Rightarrow \%\ \mathbf{22{,}86}$$

d) Gutxienez batek saskiratzeko probabilitatea.

$$P(D \cup K) = P(D) + P(K) - P(D \cap K) = \frac{2}{5} + \frac{3}{7} - \frac{6}{35} = \frac{23}{35} = 0{,}6571$$

$$\Rightarrow \%\ \mathbf{65{,}71}$$

BLOKEA: INFERENTZIA ESTATISTIKOA

A.4 *Banaketa normala ulertzea, erabilera eta probabilitateen kalkulua.*

a) % 80rako tarte bereizgarria.

$$bariantza = 16 \;\Rightarrow\; \sigma = \sqrt{16} = 4$$

$$X \equiv tenperatura = \mathcal{N}(10\,,\quad 4)$$

$$\boxed{\%80rako\ tarte\ bereizgarria\ (10-e\,,\quad 10+e)\ da\ baldin\ P(10-e \le X \le 10+e) = 0{,}8}$$

$$\mathrm{P}(10-\mathrm{e} \le \mathrm{X} \le 10+\mathrm{e}) = 0{,}8 \;\Rightarrow\; \mathrm{P}(\mathrm{X} \le 10+\mathrm{e}) - \mathrm{P}(\mathrm{X} \le 10-\mathrm{e}) = 0{,}8 \Rightarrow$$

- TIPIFIKAZIOA:

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-10}{4} \;\Rightarrow\; X = 4Z + 10$$

- $P(X \le 10+e) = P(4Z+10 \le 10+e) =$

$$= P(4Z \le e) = P\left(Z \le \frac{e}{4}\right)$$

- $P(X \le 10-e) = P(4Z+10 \le 10-e) =$

$$= P(4Z \le -e) = P\left(Z \le \frac{-e}{4}\right) = 1 - P\left(Z \le \frac{e}{4}\right)$$

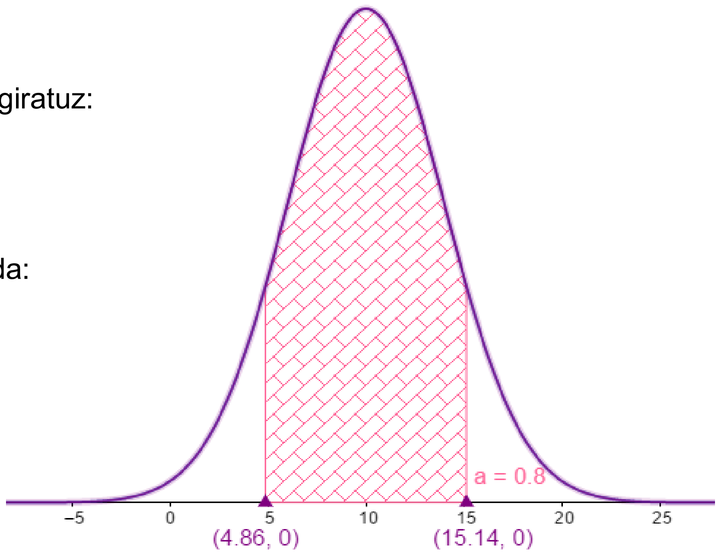
$$\Rightarrow P\left(Z \le \frac{e}{4}\right) - \left[1 - P\left(Z \le \frac{e}{4}\right)\right] = 0{,}8 \;\Rightarrow\; -1 + 2P\left(Z \le \frac{e}{4}\right) = 0{,}8 \;\Rightarrow P\left(Z \le \frac{e}{4}\right) = 0{,}9$$

Orduan, banaketa normalaren taulan begiratuz:

$$\frac{e}{4} = 1{,}285 \;\Rightarrow\; \boldsymbol{e = 5{,}14}$$

Beraz, % 80rako tarte bereizgarria hau da:

$$(10-\mathrm{e}\,,\quad 10+e) = (\mathbf{4{,}86}\,,\quad \mathbf{15{,}14})$$

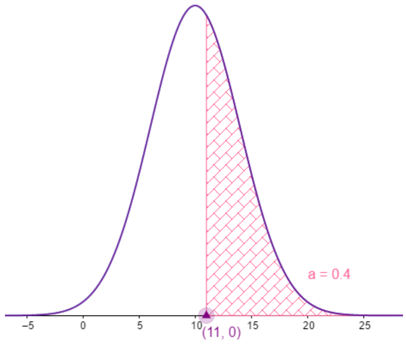


b) $P(X \geq 11)$

$P(X \geq 11) = P(4Z + 10 \geq 11) =$

$= P(Z \geq 0{,}25) = 1 - P(Z \leq 0{,}25)$

$= 1 - 0{,}5987 = 0{,}4013 \Rightarrow \% \mathbf{40,13}$



c) $P(8 \leq X \leq 10)$

$P(8 \leq X \leq 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 8)$

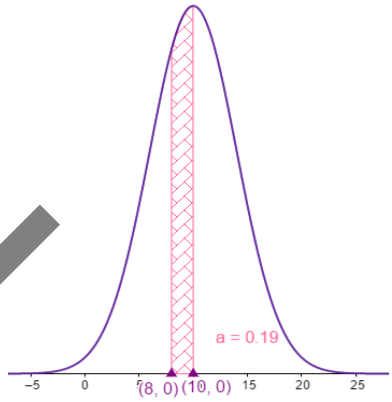
- $P(X \leq 10) = P(4Z + 10 \leq 10) =$

  $= P(Z \leq 0) = 0{,}5$

- $P(X \leq 8) = P(4Z + 10 \leq 8) =$

  $= P(Z \leq -0{,}5) = P(Z \geq 0{,}5) =$

  $= 1 - P(Z \leq 0{,}5) = 1 - 0{,}6915 = 0{,}3085$



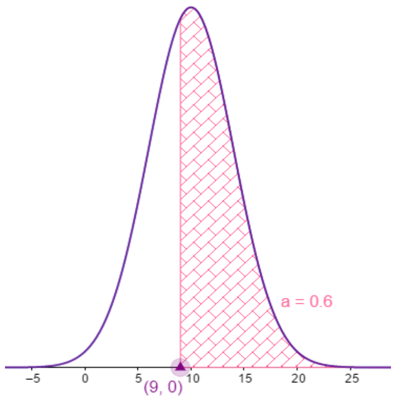
Beraz; $P(8 \leq X \leq 10) = 0{,}5 - 0{,}3085 = 0{,}1915 \Rightarrow \% \mathbf{19,15}$

d) 9º C baino gehiago izan duten egunen proportzioa.

$P(X \geq 9) = P(4Z + 10 \geq 9) =$

$= P(Z \geq -0{,}25) = P(Z \leq 0{,}25) = 0{,}5987$

$\Rightarrow \% \mathbf{59,87}$



e) Zenbat egunetan izan da tenperatura 12º C baino baxuagoa?

$$P(X \leq 12) = P(4Z + 10 \leq 12) = P(Z \leq 0{,}5) = 0{,}6915 \Rightarrow \% 69{,}15$$

Orduan, 30en $\% \ 69{,}15$ hau da: 20,74; egun kopuruak zenbaki arrunta izan behar duenez, orduan esan dezakegu **20 egunetan** tenperatura 12º C baino baxuagoa izan dela.

B. 4 *Laginen batezbestekoen banaketari buruzko ariketa. Laginaren batezbestekoaren balioa eta errore maximo onargarria.*

- Batezbestekorako konfiantza-tartearen bidez egindako zenbatespenean, errore maximo onargarriaren formula ezagutzen dugu. Hau da:

$$e_m = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

  - e_m tartearen zabaleraren erdia da.

    Beraz: $e_m = \frac{54-51}{2} = 1{,}5$

  - Desbideratze tipikoaren, σ-ren, balioa $s = 5{,}3$ baliotik zenbatesten da.

  - Badakigu laginaren tamaina $n = 100$ dela.

  Hortik, $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ kalkulatuko dugu:

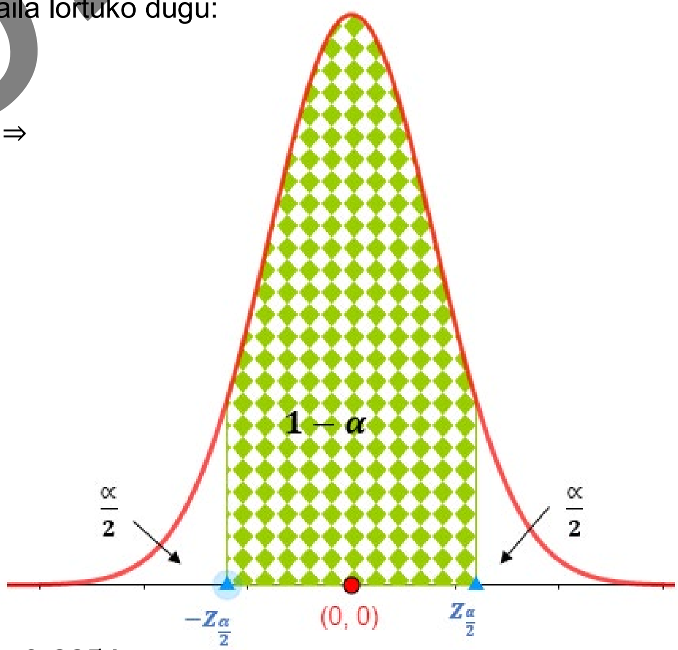
$$e_m = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1{,}5 = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{5{,}3}{\sqrt{100}} \Rightarrow 15 = 5{,}3 \cdot Z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}83$$

- $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ -tik abiatuta, $1-\alpha$ konfiantza maila lortuko dugu:

$$P\left(Z \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 1 - P\left(Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - P(Z \leq 2{,}83) = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - 0{,}9987 = 0{,}0023 = \frac{\alpha}{2}$$



Beraz:

$$\frac{\alpha}{2} = 0{,}0023 \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 0{,}0046} \Rightarrow \boldsymbol{1-\alpha = 0{,}9954}$$

Beraz, **% 99,54ko konfiantza-mailaz esan dezakegu** hiri horretako 16 urteko nesken batez besteko pisua 51 kg eta 54 kg artean dagoela.

MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

1. El examen está compuesto de ocho ejercicios distribuidos en cuatro bloques**.**
2. ***De estos ocho ejercicios se tiene que responder a cuatro, de por lo menos tres bloques diferentes.***
3. En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.
4. El examen se evaluará con una puntuación entre 0 y 10 puntos.
5. Cada ejercicio se valorará entre 0 y 2,5 puntos.
6. En aquellas cuestiones en las que no se especifique el método de resolución que se ha de aplicar, se admitirá cualquier forma de resolverlo correctamente.

ASPECTOS QUE MERECEN VALORACIÓN POSITIVA

- Los planteamientos correctos, tanto global como de cada una de las partes, si las hubiere.
- La correcta utilización de conceptos, vocabulario y notación científica.
- El conocimiento de técnicas específicas de aplicación directa para el cálculo y/o interpretación de datos numéricos y gráficos.
- La terminación completa del ejercicio y la exactitud del resultado.
- Se considerarán igualmente válidas dos soluciones que solo se diferencien en el grado de exactitud empleado en los cálculos numéricos.
- No se tomarán en consideración errores numéricos, de cálculo, etc., siempre que no sean de tipo conceptual.
- La claridad de las explicaciones de los pasos seguidos.
- Las ideas, gráficos, presentaciones, esquemas, …, que ayuden a visualizar mejor el problema y su solución.
- La pulcritud de la presentación, y cualquier otro aspecto que refleje la madurez que cabe esperar de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

ASPECTOS QUE MERECEN VALORACIÓN NEGATIVA

- Los planteamientos incorrectos.
- La confusión de conceptos.
- La abundancia de errores de cálculo (por ser indicativa de deficiencias de orden básico).
- Los errores aislados, cuando indican falta de reflexión crítica o de sentido común (por ejemplo, decir que la solución a tal problema es -3,7 frigoríficos, o que cierta probabilidad vale 2,5).
- Los errores aislados, cuando conducen a problemas más sencillos que los inicialmente propuestos.
- La ausencia de explicaciones, en particular del significado de las variables que se están utilizando.
- Los errores ortográficos graves, el desorden, la falta de limpieza, la mala redacción y cualquier otro aspecto impropio de un estudiante que aspira a entrar en la universidad.

CRITERIOS PARTICULARES PARA CADA UNO DE LOS PROBLEMAS

BLOQUE: ÁLGEBRA

Problema A.1 *(hasta 2,5 puntos)*

a. **1 punto.** Representar la región factible**.**

- Representación de cada restricción 0,1 punto, por lo tanto**, 0,5 puntos.**
- Determinar el recinto pedido, **0,5 puntos.**

b. **1,5 puntos.** Determinar los máximos y los mínimos, y en ellos los valores de la función**.**

- Determinar los vértices de la región factible.
  - El vértice A, **0,125 puntos.**
  - El vértice B, **0,25 puntos.**
  - El vértice C, **0,25 puntos.**
  - El vértice D, **0,125 puntos.**
- Valorar la función en los vértices, **0,5 puntos.**
- Determinar el valor de la función objetivo, **0,25 puntos.**

Problema B.1 *(hasta 2,5 puntos)*

a. **0,75 puntos**.

- Cálculo de la matriz B^2, **0,5 puntos.**
- Conseguir el valor de x , **0,25 puntos.**

b. **1 punto.**

- Cálculo de la matriz inversa de la matriz A:
  - Cálculo del determinante de la matriz A, **0,15 puntos.**
  - Adjunto de la matriz A , **0,5 puntos.**
  - Inversa de la matriz A, **0,15 puntos.**
- Conseguir el valor de x, **0,2 puntos.**

c. **0,75 puntos.**

- Hacer el cálculo de la matriz $3 \cdot I_2$, **0,5 puntos.**
- Conseguir el valor de x, **0,25 puntos.**

BLOQUE: ANÁLISIS

Problema A.2 *(hasta 2,5 puntos)*

a. 0,9 puntos.

- Unir la gráfica (A) con su función de modo razonado, **0,3 puntos.**
- Unir la gráfica (B) con su función de modo razonado, **0,3 puntos.**
- Unir la gráfica (C) con su función de modo razonado, **0,3 puntos.**

b. 1,6 puntos.

- Gráfica (1)
  - Dominio de definición, **0,3 puntos.**
  - Recorrido, **0,3 puntos**
- Gráfica (2)
  - Dominio de definición, **0,2 puntos.**
  - Recorrido, **0,2 puntos.**
- Gráfica (3)
  - Dominio de definición, **0,3 puntos.**
  - Recorrido, **0,3 puntos.**

Problema B.2 *(hasta 2,5 puntos)*

a. 0,8 puntos.

- Continuidad en el punto $t = 1$.
  - Definir la continuidad de una función en el punto $t = 1$,**0,1 puntos.**
  - Límites laterales, **0,3 puntos.**
- Continuidad en el punto $t = 5$.
  - Definir la continuidad de una función en el punto $t = 5$, **0,1 puntos.**
  - Límites laterales, **0,3 puntos.**

b. 1 punto.

- Cálculo de $v^{´}(t)$, **0,25 puntos.**
- Cálculo de $v^{´´}(t)$, **0,25 puntos.**
- Indicar en qué punto se alcanza el máximo de la función $v\,(t)$, **0,25 puntos.**
- Determinar la velocidad máxima, **0,25 puntos.**

Nota: En el caso de que se determine la velocidad máxima sin comprobar que es máximo absoluto la puntuación total del apartado será, **0,75 puntos.**

c. 0,7 puntu.

- Representación gráfica de la función $v(t) = 7t^2$, **0,2 puntos.**
- Representación gráfica de la función $v(t) = 7t + 5$, **0,2 puntos.**
- Representación gráfica de la función $v(t) = -t^2 + 12t - 20$, **0,3 puntos.**

BLOQUE: PROBABILIDAD

Problema A.3 *(hasta 2,5 puntos)*

a. 0,5 puntos.
- El cálculo de la probabilidad pedida, **0,5 puntos.**

b. 1,25 puntos.
- Hacer un diagrama de árbol o algún esquema, **0,25 puntos.**
- Indicar la fórmula de la probabilidad total, **0,5 puntos.**
- El cálculo de la probabilidad pedida, **0,5 puntos.**

c. 0,75 puntos.
- Indicar qué hay que calcular, **0,25 puntos.**
- El cálculo de la probabilidad pedida, **0,5 puntos.**

Problema B.3 *(hasta 2,5 puntos)*

a. 0,75 puntos.
- Indicar qué hay que calcular, **0,1 puntos.**
- Expresar que son sucesos independientes, **0,2 puntos.**
- Cálculo de la probabilidad pedida $P(D \cap K)$, **0,45 puntos.**

b. 0,75 puntos.
- Indicar qué hay que calcular, **0,1 puntos.**
- Expresar que son sucesos independientes, **0,2 puntos.**
- Cálculo de la probabilidad pedida $P(D^c \cap K^c)$, **0,45 puntos.**

c. 0,5 puntos.
- Indicar qué hay que calcular, **0,2 puntos.**
- Cálculo de la probabilidad pedida $P(D \cap K^c)$, **0,3 puntos.**

d. 0,5 puntos.
- Indicar qué hay que calcular, **0,1 puntos.**
- Determinar la fórmula $P(D \cup K)$, **0,1 puntos.**
- Cálculo de la probabilidad pedida, **0,3 puntos.**

BLOQUE: INFERENCIA ESTADÍSTICA

Problema A.4 *(hasta 2,5 puntos)*

a. 0,9 puntos.
- Expresar cómo se determina el intervalo característico, **0,25 puntos.**
- Tipificación de la variable, **0,25 puntos.**
- Determinar el valor en la tabla de la distribución normal, **0,15 puntos.**
- Concretar el intervalo característico, **0,25 puntos.**

b. 0,3 puntos.
- Determinar la probabilidad $P(X \geq 11)$, **0,3 puntos.**

c. 0,6 puntos.
- Determinar la probabilidad $P(X \leq 10)$, **0,25 puntos.**
- Determinar la probabilidad $P(X \leq 8)$, **0,25 puntos.**
- Cálculo de la probabilidad pedida, **0,1 puntos.**

d. 0,3 puntos.
- Cálculo de la probabilidad $P(X \geq 9)$, **0,2 puntos.**
- Determinar la proporción pedida, **0,1 puntos.**

e. 0,4 puntos
- Cálculo de la probabilidad pedida, **0,3 puntos.**
- Determinar en cuántos días, **0,1 puntos.**

Problema B.4 *(hasta 2,5 puntos)*

- Concretar qué es el nivel de confianza, **0,2 puntos.**
- Indicar la fórmula del error máximo admisible, **0,2 puntos.**
- Concretar el error máximo admisible **0,3 puntos.**
- Conseguir $Z_{\frac{\alpha}{2}}$, **0,75 puntos.**
- Conseguir $\frac{\alpha}{2}$, **0,75 puntos.**
- Determinar el nivel de confianza, **0,3 puntos.**

SOLUCIONES

BLOQUE: ÁLGEBRA

A.1 *Resolución de un problema de programación lineal con dos variables:*

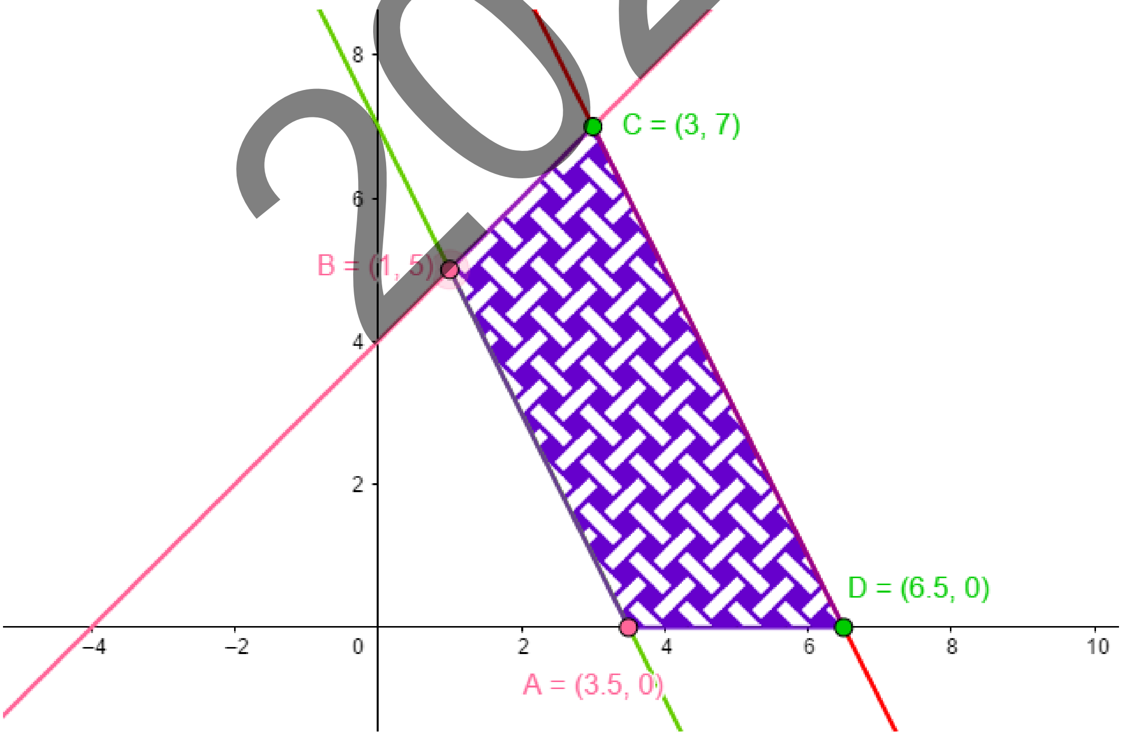
a) Representación de la región factible en el plano XY.

- La función objetivo es:

$$f(x,y) = 4\,x + 2y - 1$$

- Las restricciones son: $\begin{cases} y - x \leq 4 \\ y + 2x \geq 7 \\ -2x - y + 13 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

- Por lo tanto, en el plano XY la región factible es:



b) Máximo y mínimo de la función objetivo, así como los valores de ésta en dichos puntos.

- Los vértices son:

  - $A = ?$

$$A = \begin{cases} y + 2x = 7 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow 2x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{2} \Rightarrow A\left(\frac{7}{2}, 0\right)$$

  - $B = ?$

$$B = \begin{cases} y - x = 4 \\ y + 2x = 7 \end{cases} \Rightarrow 4 + 3x = 7 \Rightarrow x = 1, \quad y = 5 \Rightarrow B(1, 5)$$

  - $C = ?$

$$C = \begin{cases} y - x = 4 \\ 2x + y = 13 \end{cases} \Rightarrow 4 + 3x = 13 \Rightarrow x = 3, \quad y = 7 \Rightarrow C(3, 7)$$

  - $D = ?$

$$D = \begin{cases} -2x - y + 13 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow -2x = -13 \Rightarrow x = \frac{13}{2} \Rightarrow D\left(\frac{13}{2}, 0\right)$$

Por lo tanto, los vértices son:

$$A\left(\frac{7}{2}, 0\right), \quad B(1, 5), \quad C(3, 7), \quad D\left(\frac{13}{2}, 0\right)$$

- Calculamos el valor que toma la función objetivo en los vértices:

$$f(A) = f\left(\frac{7}{2}, 0\right) = 13$$

$$f(B) = f(1, 5) = 13$$

$$f(C) = f(3, 7) = 25$$

$$f(D) = f\left(\frac{13}{2}, 0\right) = 25$$

- Vemos que la función objetivo toma **el valor máximo en los puntos C y D, y por lo tanto, la función objetivo toma el valor máximo en todos los puntos del segmento CD**, en los que el valor de la función objetivo es **25.**

- Del mismo modo, la función toma **el valor mínimo en los puntos A y B y, por lo tanto, en todos los puntos del segmento AB**, en los que el valor de la función objetivo es **13.**

B.1 *Cálculo matricial. Propiedades de las matrices. Resolución de una ecuación matricial.*

a) Encontrar el valor o los valores de x para que se cumpla $B^2 = A$.

$$B^2 = A \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1+x^2 & x \\ x & x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1+x^2 = 2 \\ x = 1 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{x = 1}$$

b) Encontrar el valor o los valores de x, tal que se verifique $B + C = A^{-1}$.

- $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1$
- $A^{-1} = \frac{1}{|A|}(Adj\ A)^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & x-1 \\ x-1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boldsymbol{x = 0}$$

c) Determina el valor de x para que se verifique $A + B + C = 3 \cdot I_2$.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & x \\ x & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{x = 0}$$

BLOQUE: ANÁLISIS

A.2 *Asociar funciones con representaciones gráficas. Identificar el dominio y el recorrido de una función.*

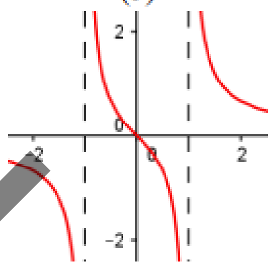
a) Asocia, razonadamente, las funciones A), B) y C) con las gráficas (1), (2) y (3).

- La función $f(x)=\frac{x}{x^2-1}$ no está definida en los puntos $x=1$ y $x=-1$; la función $f(x)$ tiene en cada uno de esos puntos una asíntota vertical.

  La única función con esas características es la (3).

  Por lo tanto, **A)=(3).**

(3)

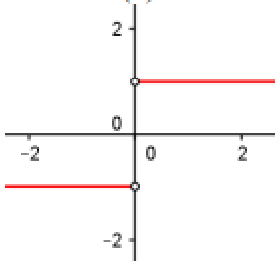


- La función $g(x)=\frac{|x|}{x}$ no está definida en el punto $x=0$, y es constante e igual a 1, si $x>0$; y constante e igual a -1, si $x<0$.

  La única función con esas características es la (1).

  Por lo tanto, **B)=(1).**

(1)

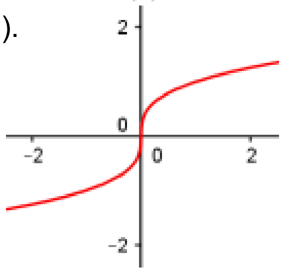


- La función $h(x)=\sqrt[3]{x}$ pasa por el punto $x=0$, y toma valores positivos si $x>0$; y valores negativos si $x<0$.

  La única función con esas características es la (2).

  Por consiguiente, **C)= (2).**

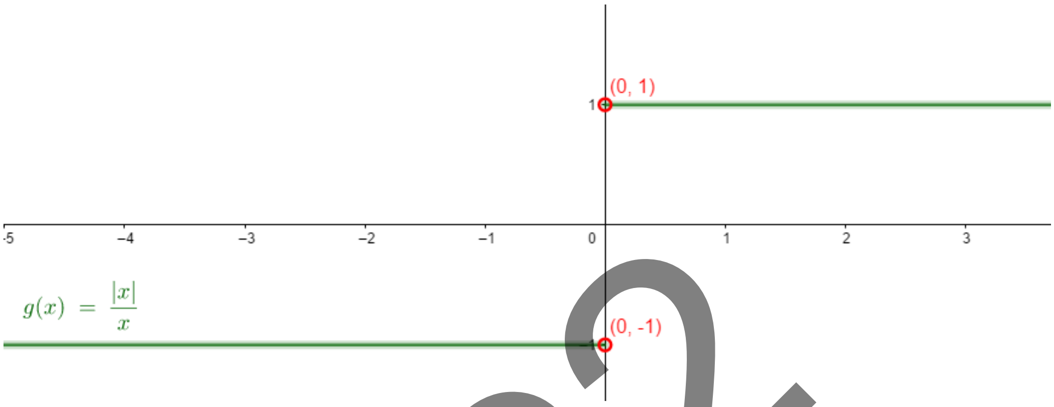
(2)



b) En cada caso, indicar el dominio y el recorrido de la función.

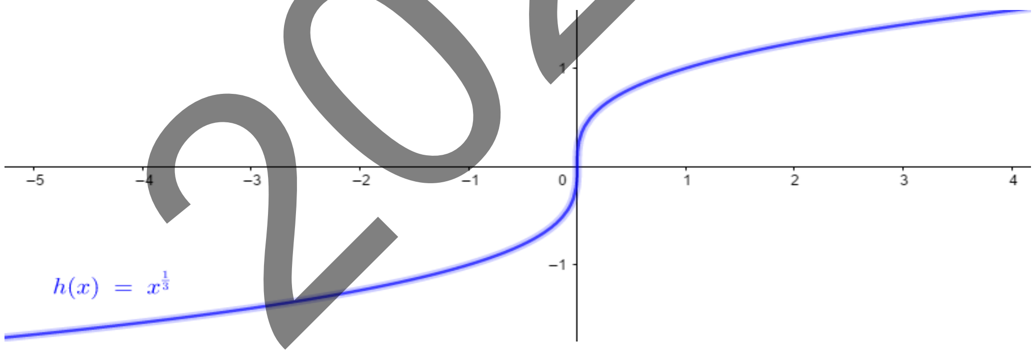
- Representación gráfica (1)

$Dom\, f(x) = \mathbb{R} - \{0\}, \;\; Recorrido\, f(x) = \{-1, 1\}$



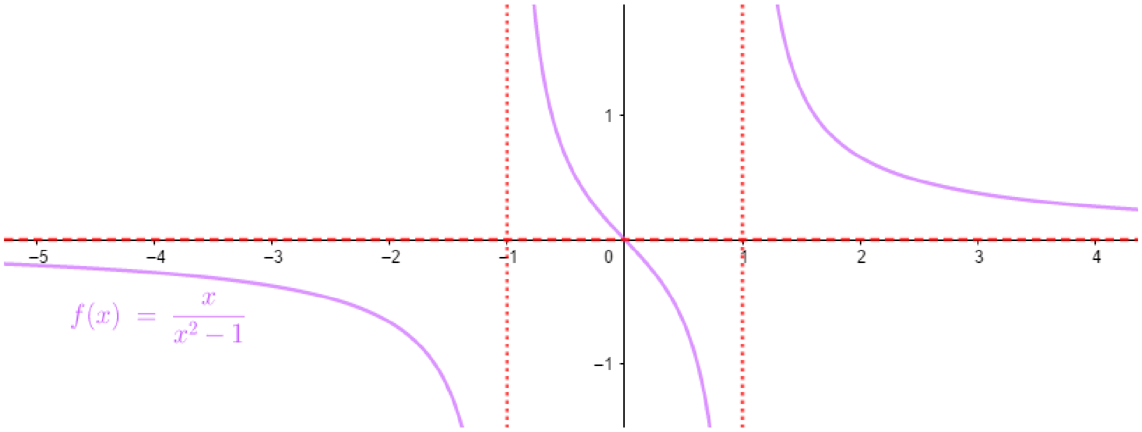
- Representación gráfica (2)

$Dom\, f(x) = \mathbb{R} \;,\;\; Recorrido\, f(x) = \mathbb{R}$



- Representación gráfica (3)

$Dom\, f(x) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}, \;\; Recorrido\, f(x) = \mathbb{R}$



B.2 *Problema de análisis de una función. Cálculo de máximos, mínimos, puntos de inflexión y representación gráfica.*

La velocidad que lleva un patinete $v\ (t)$, en función del tiempo *t*, es:

$$v\ (t) = \begin{cases} 7t^2 & si\ \ 0 \le t < 1 \\ 2t + a & si\ \ 1 \le t \le 5 \\ -t^2 + 12t + b & si\ \ 5 < t \le\ 10 \end{cases}$$

a) Determina *a* y *b* para que la función $v\ (t)$ sea continua.

- En el momento $t = 1$.

$$v(t)\ \ continua\ en\ \ t = 1\ \Leftrightarrow\ \lim_{t\to 1^-} v(t) = \lim_{t\to 1^+} v(t) = v(1)$$

- $\lim_{t\to 1^-} v(t) = \lim_{t\to 1^-} 7\,t^2 = 7$
- $\lim_{t\to 1^+} v(t) = \lim_{t\to 1^+} 2t + a = 2 + a$
- $v(1) = 2 + a$

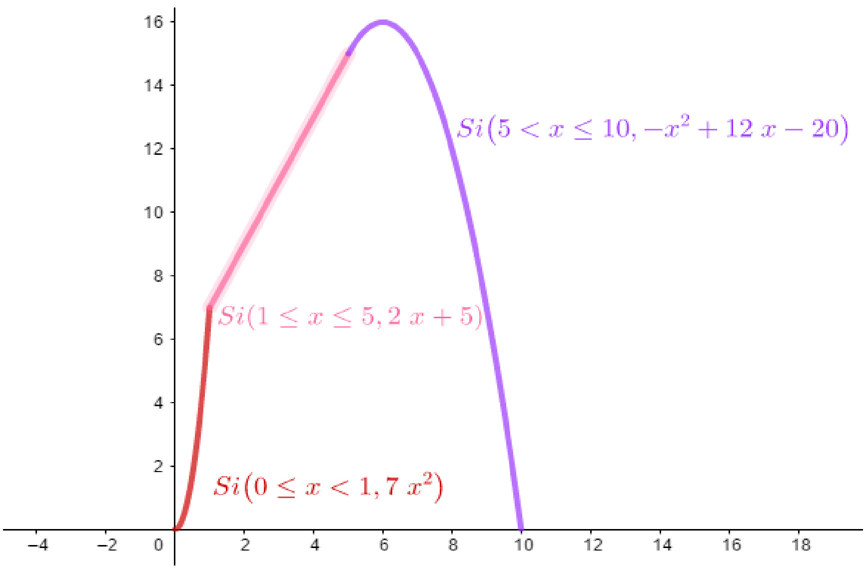
Por lo tanto, $2 + a = 7\ \Rightarrow\ \boldsymbol{a = 5}$

- En el momento $t = 5$.

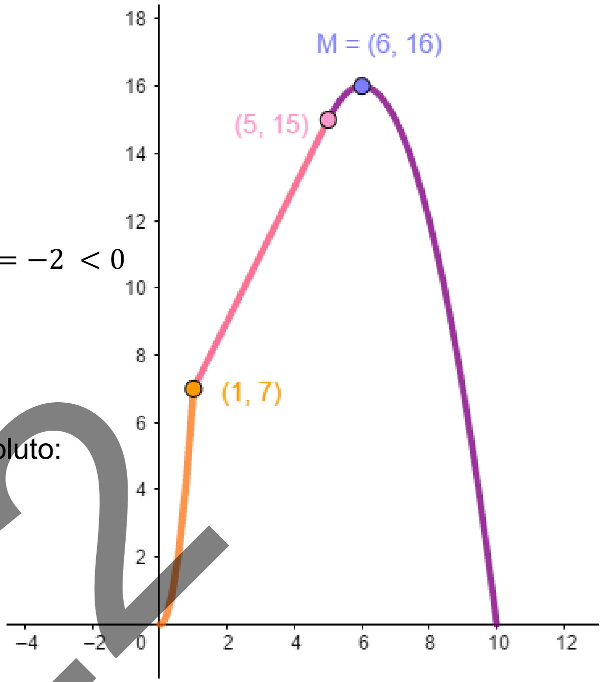
$$v(t)\ \ continua\ en\ \ t = 5\ \Leftrightarrow\ \lim_{t\to 5^-} v(t) = \lim_{t\to 5^+} v(t) = v(5)$$

- $\lim_{t\to 5^-} v(t) = \lim_{t\to 5^-} 2\,t + a = \lim_{t\to 5^-} 2\,t + 5 = 15$
- $\lim_{t\to 5^+} v(t) = \lim_{t\to 5^+} -t^2 + 12t + b = -\,25 + 60 + b = 35 + b$
- $v(5) = 15$

Por lo tanto, $15 = 35 + b\ \Rightarrow\ \boldsymbol{b = -20}$



b) Para $a = 5$ y $b = -20$, ¿en qué momento el patinete alcanza la velocidad máxima?



- $v'(t) = \begin{cases} 14t & 0 < t < 1 \\ 2 & 1 < t \leq 5 \\ -2t + 12 & 5 < t < 10 \end{cases}$

  Entonces, $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$

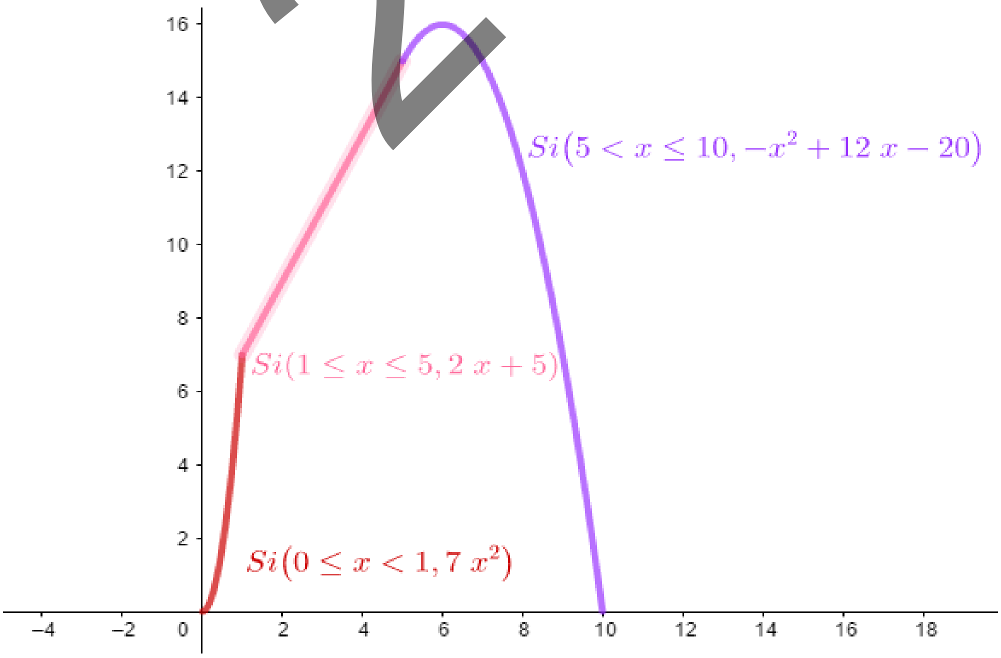
- $v''(t) = \begin{cases} 14 & 0 < t < 1 \\ 0 & 1 < t < 5 \\ -2 & 5 < t < 10 \end{cases} \Rightarrow v''(6) = -2 < 0$

  Luego, en $t = 6$ hay un máximo relativo.

- Para comprobar que es máximo absoluto:
  - $v(6) = -6^2 + 12 \cdot 6 - 20 = 16$
  - $v(0) = 0$
  - $v(10) = 0$

Por lo tanto, **la velocidad máxima se alcanza en el instante $t = 6$, y su valor es 16.**

c) En el caso $a = 5$ y $b = -20$, realiza la representación gráfica de la función



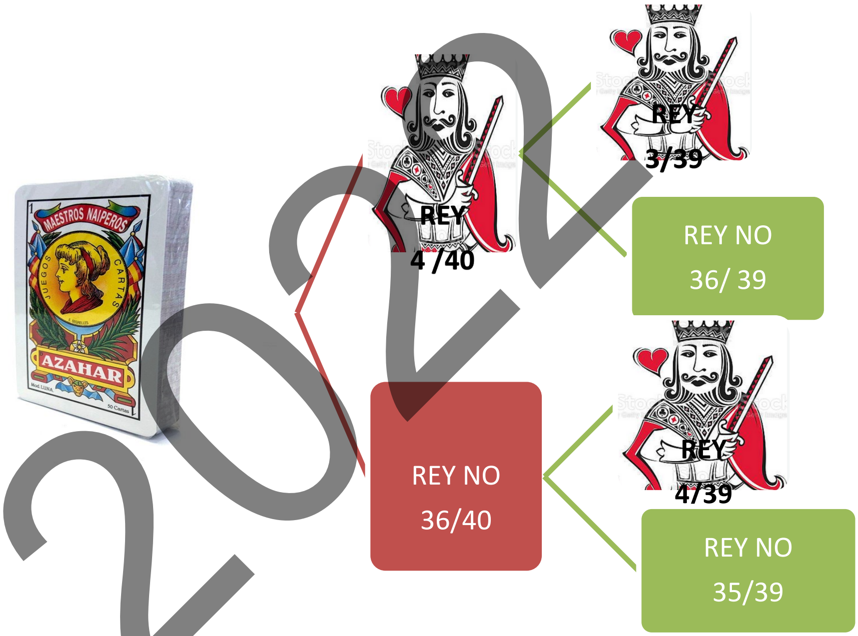
BLOQUE: PROBABILIDAD

A.3 *Ejercicio de cálculo de probabilidades que puede resolverse***,** *a través de un diagrama de árbol o a través de la fórmula de la probabilidad total.*

a) Probabilidad de que gane un viaje la primera persona que recibe la carta.

$$P(la\ 1^{a}\ persona\ gana\ un\ viaje) = P(R_1) = \frac{4}{40} = 0{,}1 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{10}\ \%$$

b) Probabilidad de que gane un viaje la segunda persona que recibe la carta.



$$P(la\ 2^{a}\ persona\ gana\ un\ viaje) = P(R_2) =$$

$$= P(R_1)\cdot P(R_2 \mid R_1) + P(R_1^c)\cdot P(R_2 \mid R_1^c) = \frac{4}{40}\cdot\frac{3}{39} + \frac{36}{40}\cdot\frac{4}{39} = \frac{156}{1560} = 0{,}1$$

$$\Rightarrow \ \mathbf{10}\ \%$$

c) Probabilidad de que ninguna de las dos primeras personas gane un viaje.

$$P(ninguna\ de\ las\ dos\ primeras\ personas\ gana\ el\ viaje) =$$

$$= P(R_1^c \cap R_2^c) = P(R_1^c)\cdot P(R_2^c \mid R_1^c) = \frac{36}{40}\cdot\frac{35}{39} = \frac{1260}{1560} = 0{,}8077 \Rightarrow \ \mathbf{80{,}77}\ \%$$

B.3 *Problema de cálculo de probabilidades.*

$$P(\,encestar\ Deiene) = P(D) = \frac{2}{5} \implies P(D^c) = \frac{3}{5}$$
$$P(\,encestar\ Kattalin) = P(K) = \frac{3}{7} \implies P(K^c) = \frac{4}{7}$$

a) Probabilidad de que encesten las dos, esto es, probabilidad del suceso $D \cap K$.

Los sucesos *D* y *K* son independientes, por lo tanto:

$$P(D \cap K) = P(D) \cdot P(K)$$

$$P(D \cap K) = P(D) \cdot P(K) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35} = 0{,}1714 \Rightarrow \mathbf{17{,}14}\,\%$$

b) Probabilidad de que no enceste ninguna de las dos, esto es, probabilidad del suceso $D^c \cap K^c$.

Los sucesos D^c y K^c son independientes, por lo tanto:

$$P(D^c \cap K^c) = P(D^c) \cdot P(K^c)$$

$$P(D^c \cap K^c) = P(D^c) \cdot P(K^c) = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{12}{35} = 0{,}3428 \Rightarrow \mathbf{34{,}28}\,\%$$

c) Probabilidad de que enceste sólo Deiene.

$$P(D \cap K^c) = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{8}{35} = 0{,}2286 \Rightarrow \mathbf{22{,}86}\,\%$$

d) Probabilidad de que al menos una haya encestado.

$$P(D \cup K) = P(D) + P(K) - P(D \cap K) = \frac{2}{5} + \frac{3}{7} - \frac{6}{35} = \frac{23}{35} = 0{,}6571$$

$$\Rightarrow \mathbf{65{,}71}\,\%$$

BLOQUE: INFERENCIA ESTADÍSTICA

A.4 *Comprensión y uso de una distribución Normal, y cálculo de probabilidades.*

a) Intervalo característico para el 80 %.

$$varianza = 16 \;\Rightarrow\; \sigma = \sqrt{16} = 4$$

$$X \equiv temperatura = \mathcal{N}(10\,,\quad 4)$$

$(10 - e\,,\quad 10 + e)$ *es el intervalo caracteristico para el* 80 %, *si* $P(10 - e \le X \le 10 + e) = 0{,}8$

$$\mathrm{P}(10 - \mathrm{e} \le \mathrm{X} \le 10 + \mathrm{e}) = 0{,}8 \;\Rightarrow\; \mathrm{P}(\mathrm{X} \le 10 + \mathrm{e}) - \mathrm{P}(\mathrm{X} \le 10 - \mathrm{e}) = 0{,}8 \;\Rightarrow$$

- TIPIFICACIÓN:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 10}{4} \;\Rightarrow\; X = 4\,Z + 10$$

- $P(X \le 10 + e) = P(4\,Z + 10 \le 10 + e) =$

$$= P(4\,Z \le e) = P\left(Z \le \frac{e}{4}\right)$$

- $P(X \le 10 - e) = P(4\,Z + 10 \le 10 - e) =$

$$= P(4\,Z \le -e) = P\left(Z \le \frac{-e}{4}\right) = 1 - P\left(Z \le \frac{e}{4}\right)$$

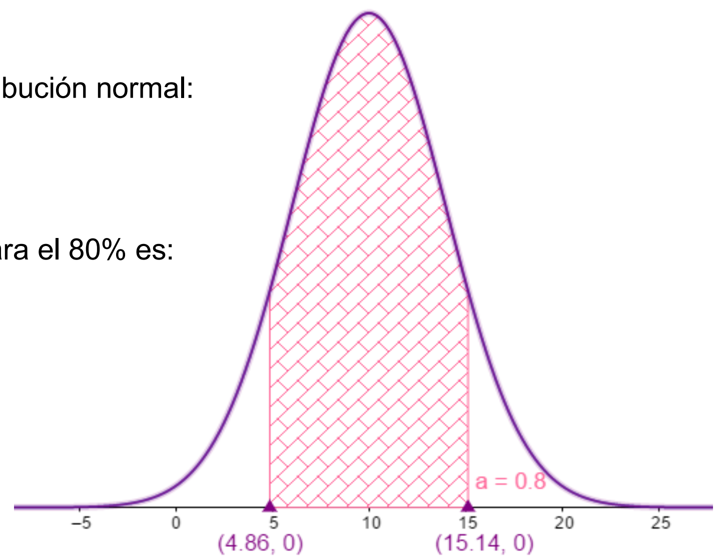
$$\Rightarrow\; P\left(Z \le \frac{e}{4}\right) - \left[1 - P\left(Z \le \frac{e}{4}\right)\right] = 0{,}8 \;\Rightarrow\; 2\,P\left(Z \le \frac{e}{4}\right) - 1 = 0{,}8 \;\Rightarrow P\left(Z \le \frac{e}{4}\right) = 0{,}9$$

Entonces, mirando en la tabla de la distribución normal:

$$\frac{e}{4} = 1{,}285 \;\Rightarrow\; \boldsymbol{e = 5{,}14}$$

Por lo tanto, el intervalo característico para el 80% es:

$$(10 - \mathrm{e}\,,\quad 10 + e) = (\mathbf{4{,}86}\,,\quad \mathbf{15{,}14})$$

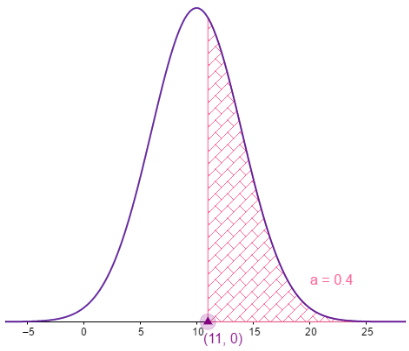


b) $P(X \geq 11)$.

$P(X \geq 11) = P(4Z + 10 \geq 11) =$

$= P(Z \geq 0{,}25) = 1 - P(Z \leq 0{,}25)$

$= 1 - 0{,}5987 = 0{,}4013 \Rightarrow$ $\mathbf{40{,}13}$ %



c) $P(8 \leq X \leq 10)$

$P(8 \leq X \leq 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 8)$

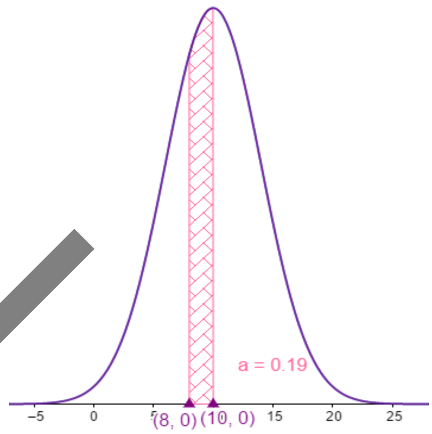
- $P(X \leq 10) = P(4Z + 10 \leq 10) =$

  $= P(Z \leq 0) = 0{,}5$

- $P(X \leq 8) = P(4Z + 10 \leq 8) =$

  $= P(Z \leq -0{,}5) = P(Z \geq 0{,}5) =$

  $= 1 - P(Z \leq 0{,}5) = 1 - 0{,}6915 = 0{,}3085$



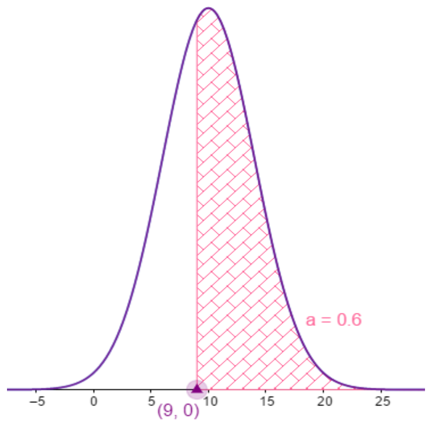
Por lo tanto; $P(8 \leq X \leq 10) = 0{,}5 - 0{,}3085 = 0{,}1915 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{19{,}15}$ %

d) Proporción de días con más de 9º C.

$P(X \geq 9) = P(4Z + 10 \geq 9) =$

$= P(Z \geq -0{,}25) = P(Z \leq 0{,}25) = 0{,}5987$

$\Rightarrow$ **59,87 %**



e) En un mes de 30 días, ¿cuántos días la temperatura no ha alcanzado los 12º C?

$$P(X \leq 12) = P(4Z + 10 \leq 12) = P(Z \leq 0{,}5) = 0{,}6915 \Rightarrow 69{,}15\%$$

Entonces, el $69{,}15$ % de 30 es 20,74 y como el número de días tiene que ser un número natural, podemos decir que **en 20 días** la temperatura ha sido inferior a 12º C**.**

B.4 *Ejercicio de distribución de la media muestral. Valor de la media muestral y error máximo admisible.*

- En la estimación por intervalo de confianza de la media, conocemos la fórmula del error máximo admisible, que es:

$$e_m = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

  - e_m es la mitad de la amplitud del intervalo.

    Por lo tanto: $e_m = \frac{54-51}{2} = 1{,}5$

  - El valor de la desviación típica σ, se estima a partir del valor muestral obtenido, $s = 5{,}3$.

  - Sabemos que el tamaño muestral es $n = 100$

  Entonces, calculamos el valor de $Z_{\frac{\alpha}{2}}$:

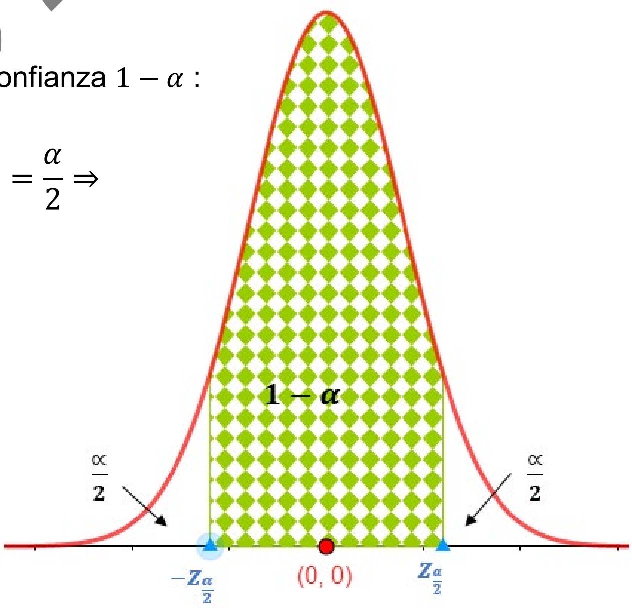
$$e_m = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1{,}5 = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{5{,}3}{\sqrt{100}} \Rightarrow 15 = 5{,}3 \cdot Z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}83$$

- A partir de $Z_{\frac{\alpha}{2}}$, obtenemos el nivel de confianza $1-\alpha$:

$$P\left(Z \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{\alpha}{2} \quad \Rightarrow \quad 1 - P\left(Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - P(Z \leq 2{,}83) = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - 0{,}9987 = 0{,}0023 = \frac{\alpha}{2}$$



Entonces:

$$\frac{\alpha}{2} = 0{,}0023 \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 0{,}0046} \Rightarrow \boldsymbol{1-\alpha = 0{,}9954}$$

Por lo tanto, **podemos decir con un nivel de confianza del 99,54 %,** que el peso medio de las chicas de 16 años de esa ciudad está entre 51 y 54 kg.