

eman ta zabal zazu



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

# Gizarte Zientziei Aplikatutako Matematika II USE 2019

[www.ehu.es](http://www.ehu.es)





**Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.**

**Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.**

- Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, baina **ezin dituzte izan** ezaugarri hauek:
  - pantaila grafikoa
  - datuak igortzeko aukera
  - programatzeko aukera
  - ekuazioak ebazteko aukera
  - matrize-eragiketak egiteko aukera
  - determinanteen kalkulua egiteko aukera
  - deribatuak eta integralak ebazteko aukera
  - datu alfanumerikoak gordetzeko aukera.
- Orri honen atzealdean, banaketa normalaren taula dago.

**Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.**

**No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.**

- Está permitido el uso de calculadoras científicas **que no presenten** ninguna de las siguientes prestaciones:
  - pantalla gráfica
  - posibilidad de transmitir datos
  - programable
  - resolución de ecuaciones
  - operaciones con matrices
  - cálculo de determinantes
  - derivadas e integrales
  - almacenamiento de datos alfanuméricos.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.



## A AUKERA

### A 1 (gehienez 3 puntu)

Izan bedi inekuazio hauek mugatzen duten eskualdea:

$$x + y - 1 \geq 0, \quad 0 \leq x \leq 4, \quad 0 \leq y \leq 2.$$

Zehaztu eskualde horretako zein puntutan hartzen dituen  $F(x, y) = 4x + 2y$  funtzioak bere balio maximoa eta minimoa. Kalkula itzazu funtzioaren balioak aipatutako puntuetan.

### A 2 (gehienez 3 puntu)

Izan bedi  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  funtzioa.

- Aurkitu  $a$ ,  $b$  eta  $c$  parametroen balioak funtzioak  $(0, 0)$  puntutik igaro eta  $(2, -4)$  puntuan mutur erlatibo bat izan dezan.
- Zehaztu  $f(x)$  funtzioaren maximoak, minimoak eta inflexio-puntuak.
- Kalkulatu funtzioaren grafikoak eta abzisa-ardatzak mugatutako eskualdearen azalera.

### A 3 (gehienez 2 puntu)

Institutu batean Batxilergoko 1. ikasturteko hiru talde daude, eta ikasle kopuru berdina dute. A taldean, ikasleen bi herenek kirolen bat egiten dute; B eta C taldeetan, aldiz, ikasleen erdiek bakarrik.

Ikasle guztien artetik, zoriz lagun bat aukeratu da, eta kirolik egiten ez duen bat izan da. Zer probabilitate dago ikasle hori A taldekoa izateko?

### A 4 (gehienez 2 puntu)

Herri jakin bateko biztanleei kultura orokorreko test bat egin ondoren, ikusi da lortutako puntuazioek batezbestekoa 68 eta desbideratze tipikoa 18 dituen banaketa normalari jarraitzen diotela.

Biztanleak hiru taldetan sailkatu nahi dira (kultura orokor baxukoak, erdi-mailako kultura orokorrekoak eta kultura orokor bikainekoak). Lehenengo taldeak populazioaren % 20 izango du, bigarrenak % 65 eta hirugarrenak gainerako % 15a.

Zein dira taldeen arteko mugak zehazten dituzten puntuazioak?

## B AUKERA

### B 1 (gehienez 3 puntu)

Izan bitez  $A$  eta  $B$  matrize hauek:  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

- Aurkitu  $A - B$  matrizearen alderantzizkoa.
- Zehaztu  $X$  matrizea, non  $X(A - B) = 2A - 3B$  den.

### B 2 (gehienez 3 puntu)

Izan bitez  $f(x) = x^4 - 4$  eta  $g(x) = 3x^2$  funtzioak.

- Zehaztu bi funtzioen gorakortasun- eta beherakortasun-tarteak, baita mutur erlatiboak eta inflexio-puntuak ere (halakorik izanez gero).
- Egin kurben adierazpen grafikoak, koordenatu-ardatz bera erabiliz.
- Kalkulatu kurbek mugatzen duten eskualdearen azalera.

### B 3 (gehienez 2 puntu)

Populazio batean, emakumezkoa izateko eta diabetesa pairatzeko probabilitatea % 6 da; gizonezkoa izateko eta diabetesa ez pairatzeko probabilitatea, ostera, % 37 da. Aipaturiko populazioan, emakumezkoen proportzioa % 54 da.

Zoriz, pertsona bat aukeratu da:

- Zer probabilitate dago aukeraturiko pertsonak diabetesa pairatzeko?
- Aukeraturiko pertsona emakumezkoa bada, zein da diabetesa ez pairatzeko probabilitatea?
- Aukeraturiko pertsona diabetesak jota badago, zein da emakumezkoa izateko probabilitatea?

### B 4 (gehienez 2 puntu)

A karreran aurrematrikula egin duten ikasleen Unibertsitatera Sartzeko Ebaluazioko notek batezbestekoa 6,8 eta desbideratze tipikoa 0,6 dituen banaketa normalari jarraitzen diote. B karreran aurrematrikula egin dutenen notek, aldiz, batezbestekoa 7 eta desbideratze tipikoa 0,5 dituen banaketa normalari jarraitzen diote.

Bi kasuetan eskaria egin dutenen % 25 bakarrik onar badaiteke, zein karreratan eskatuko da nota minimorik baxuena?



## ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

### GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATUTAKO MATEMATIKA II

#### EBALUAZIORAKO IRIZPIDE OROKORRAK

1. Probaren puntuazioa, guztira, 0 eta 10 puntu bitartekoa izango da.
2. Problemen puntuazioak:
  - a. Lehenengo bi problemak 0 eta 3 puntu artean baloratuko dira.
  - b. Azken biak 0 eta 2 puntu artean.
3. Galdera batean erabili beharreko ebazpen-metodoa zehazten ez bada, galdera hori modu egokian ebazten duen edozein bide onartuko da.

#### BALORAZIO POSITIBOA MEREZI DUTEN FAKTOREAK

- Planteamendu zuzenak, bai planteamendu orokorra, bai atal bakoitzaren planteamendua (halakorik baldin badago).
- Kontzeptuak, hiztegia eta notazio zientifikoa zuzen erabiltzea.
- Zenbakizko datuak eta datu grafikoak interpretatzeko edo/eta kalkulatzeko erabiltzen diren teknika espezifikoak ezagutzea.
- Problema osorik bukatzea eta emaitzaren zehaztasuna.
- Bi emaitza zenbakizko kalkuluetan erabilitako zehaztasun-mailan soilik desberdintzen badira, biak ontzat emango dira.
- Zenbakizko akatsak, kalkuluetan egindakoak, etab., ez dira kontuan hartuko baldin eta akats kontzeptualak ez badira.
- Ariketa ebaztean egindako pausoen azalpen argia.
- Ariketa eta haren soluzioa hobeto ikusarazten dituzten ideiak, grafikoak, aurkezpenak, eskemak, etab...
- Aurkezpenaren txukuntasuna, bai eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek beharko lukeen heldutasuna erakusten duen beste edozein alderdi.

#### BALORAZIO NEGATIBOA MEREZI DUTEN FAKTOREAK

- Planteamendu okerrak.
- Kontzeptuen nahasketa.
- Kalkulu-akatsen ugaritasuna (oinarrizko gabezien adierazle delako).
- Akats bakanak, hausnarketa kritikoa edo sen ona falta dela erakusten dutenean (adibidez, problema baten soluzioa  $-3,7$  hozkailu dela esatea, edo probabilitate baten balioa  $2,5$  dela esatea).
- Akats bakanak, haien ondorioz ebaztitako problema hasieran proposatutakoa baino errazagoa bilakatzen denean.
- Azalpenik eza, bereziki erabiltzen ari diren aldagaien esanahia.
- Akats ortografiko larriak, desordena, garbitasun falta, idazkera okerra, eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek izan beharko ez lukeen edozein ezaugarri desegoki.



## ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

### ARIKETA BAKOITZARI DAGOZKION IRIZPIDE BEREZIAK

#### A AUKERA

##### A.1 ariketa (3 puntu)

- Bideragarritasun- eskualde irudikatzea, **1,5 puntu.**
- Bideragarritasun-eskualdeko puntuak zehaztea, **0,75 puntu.**
- Funtzioa erpinetan baloratzea, **0,5 puntu.**
- Maximo eta minimoak zehaztea eta funtzioaren baloreak puntu horietan, **0,25 puntu.**

##### A.2 ariketa (3 puntu)

###### a. 1 puntu

- **0,25 puntos**, (0, 0) funtzioaren puntu bat da.
- **0,25 puntos**, (2, -4) funtzioaren puntu bat da.
- **0,5 puntos**, (2, -4) puntuan funtzioak maximoa erlatiboa du.

###### b. 0,75 puntu

- Maximo eta minimo kalkulatzeko, **0,5 puntu.**
- Inflexio puntuak lortzea, **0,25 puntu.**

###### c. 1,25 puntu

- Irudikapen grafikoa, **0,5 puntu.**
- Integralaren kalkulua, **0,5 puntu.**
- Barrow-en Erregelaren bidez azalaren kalkulua egitea, **0,25 puntu.**

##### A.3 ariketa (2 puntu)

- Probabilitate osoaren kalkulua, **1,25 puntu.**
- "A posteriori" probabilitatearen kalkulua, **0,75 puntu..**

##### A.4 ariketa (2 puntu)

- Baxu eta ertaina taldeak desberdintzen duen puntuazioa, **1 puntu.**
  - Planteamendua, **0,25 puntu.**
  - Aldagaiaren tipifikazioa, **0,25 puntu.**
  - Puntuazioaren kalkulua, **0,5 puntu.**
- Ertaina eta altu taldeak desberdintzen duen puntuazioa, **1 puntu.**
  - Planteamendua, **0,25 puntu.**
  - Puntuazioaren kalkulua, **0,75 puntu.**



## ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

### B AUKERA

#### B.1 ariketa (3 puntu)

##### a. 1,5 puntu

- $A - B$  zehaztea, **0,25 puntu.**
- $A - B$  matrizen determinantea, **0,25 puntu.**
- $A - B$  matrizen alderantzizkoa, **1 puntu.**

##### b. 1,5 puntu.

- $X$  zehaztea **0,5 puntu.**
- $2A - 3B$  matrizen kalkulua, **0,25 puntu.**
- $X$  matrizen kalkulua, **0,75 puntu**

#### B.2 ariketa (3 puntu)

##### a. 1,1 puntu

- $f(x)$  funtzioaren azterketa **0,6 puntu.**
  - i. Funtzioaren gorakor- eta beherakor-tarteak lortzea, 0,3 puntu.
  - ii. Maximo eta minimo erlatiboak kalkulatzeko, 0,2 puntu.
  - iii. Inflexio puntuak definitzea, 0,1 puntu.
- $g(x)$  funtzioaren azterketa, **0,5 puntu.**
  - i. Funtzioaren gorakor- eta beherakor-tarteak lortzea, 0,3 puntu.
  - ii. Maximo eta minimo erlatiboak kalkulatzeko, 0,2 puntu.

##### b. 0,9 puntu

- $f(x)$  funtzioaren irudikapena, **0,45 puntu.**
- $g(x)$  funtzioaren irudikapena, **0,45 puntu.**

##### c. 1 puntu

- Azalaren zehaztapena, **0,25 puntu.**
- Integralaren kalkulua, **0,25 puntu.**
- Barrow-en Erregelaren bidez azalaren kalkulua egitea, **0,5 puntu.**

#### B.3 ariketa (2 puntu)

##### a. 0,8 puntu

- Kontingentzia-taularen egitea, **0,2 puntu.**
- Eskatutako probabilitatearen kalkulua, **0,6 puntu.**

b. **0,6 puntu.** Eskatutako probabilitatearen kalkulua.

c. **0,6 puntu.** Eskatutako probabilitatearen kalkulua.

#### B.4 ariketa (2 puntu)

- A karrera **1 puntu**
  - Planteamendua, **0,25 puntu.**
  - Aldagaiaren tipifikazioa, **0,25 puntu.**
  - Notaren kalkulua, **0,5 puntu.**
- Berdin B karrerarako **1 puntu**





## ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

### EBAZPENAK

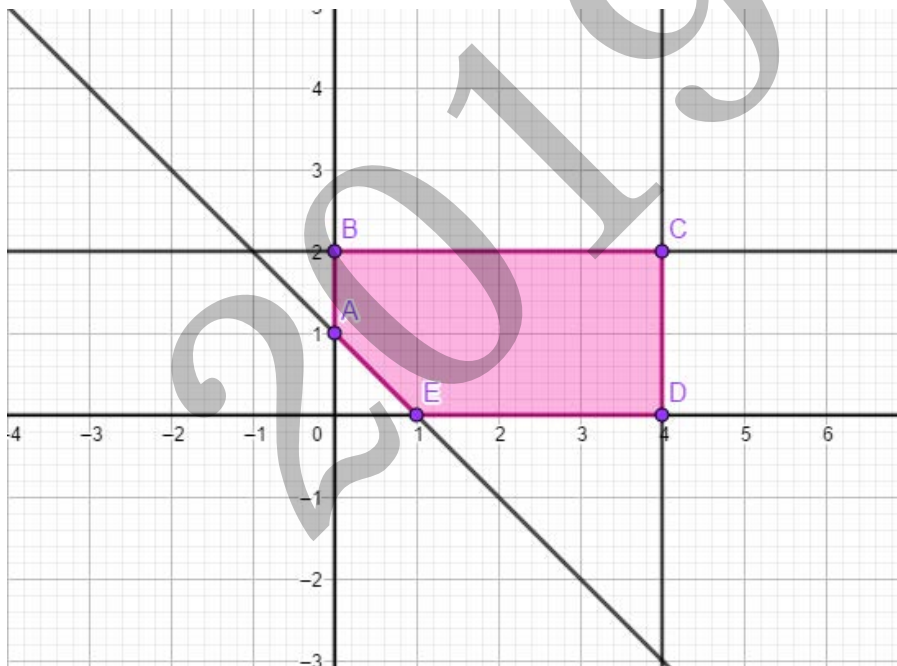
#### A AUKERA

A 1 Bi aldagaiko programazio linealezko problema baten ebazpena:

✚ Helburu funtzioa da  $F(x, y) = 4x + 2y$

✚ Murrizketak dira 
$$\begin{cases} x + y \geq 1 \\ x \geq 0 \\ x \leq 4 \\ y \geq 0 \\ y \leq 2 \end{cases}$$

✚ Soluzio bideragarrien esparrua XY planoan:



✚ Esparruaren erpinak  $A(0, 1)$ ,  $B(0, 2)$ ,  $C(4, 2)$ ,  $D(4, 0)$  eta  $E(1, 0)$  dira.

✚  $F(x, y)$  funtzioaren **maximoa**  $C(4, 2)$  puntuan dago  $F(4, 2) = 20$  delarik.

✚  $F(x, y)$  funtzioaren **minimoa**  $A(0, 1)$  puntuan dago  $F(0, 1) = 2$  delarik.



## ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

**A 2** Funtzio baten parametroen kalkulua. Funtzioaren balioen kalkulua zein bere maximo eta minimo erlatiboak.

a) Zehaztu  $a, b, c$  non  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

•  $(0, 0)$  puntutik igarotzen da  $\Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow c = 0$

Ondorioz,  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$

•  $(2, -4)$  puntutik igarotzea  $\Rightarrow f(2) = -4 \Rightarrow 8 + 4a + 2b = -4 \Rightarrow 2a + b = -6$

•  $x = 2$  mutur erlatiboa  $\Rightarrow f'(2) = 0$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f'(2) = 0 = 12 + 4a + b \Rightarrow 4a + b = -12$

Beraz:  $\begin{cases} 2a + b = -6 \\ 4a + b = -12 \end{cases} \Rightarrow a = -3 \text{ eta } b = 0$  **Hau da:**  $f(x) = x^3 - 3x^2$

b) Maximo, minimo erlatiboak, eta inflexio puntuak

▪ Maximo eta minimo erlatiboak

✓  $f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0$  eta  $x = 2$  puntu singularrak

✓  $f''(x) = 6x - 6 \Rightarrow$

$f''(0) = -6 < 0 \Rightarrow x = 0$  maximo, hau da,  $(0, 0)$  **Maximo erlatiboa**

$f''(2) = 6 > 0 \Rightarrow x = 2$  minimo, hau da,  $(2, -4)$  **Minimo erlatiboa**

▪ Inflexio puntuak

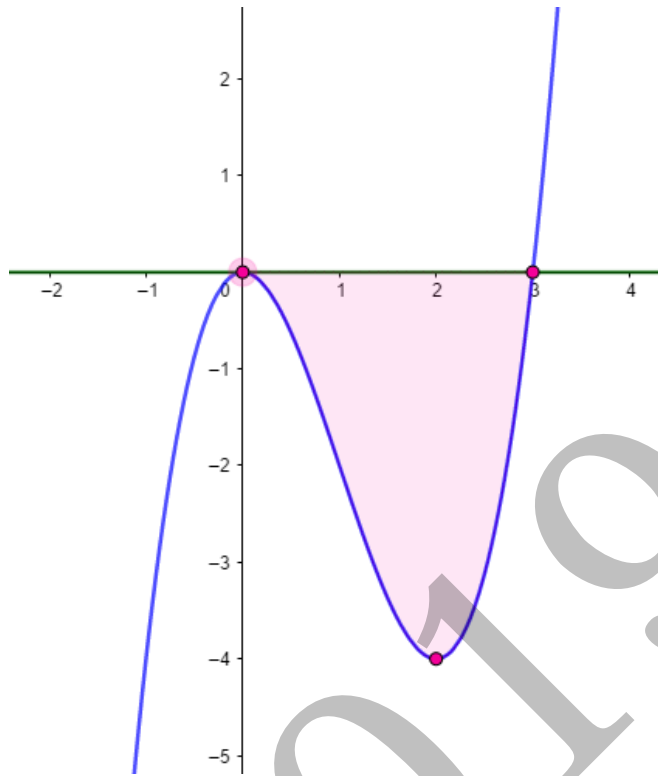
✓  $f''(x) = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$

✓  $f'''(x) = 6 \Rightarrow f'''(1) = 6 \neq 0$

Orduan  $x = 1$ ean inflexio puntua, hau da,  $(1, -2)$  **Inflexio Puntua**

## ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

c) Funtzioaren grafikoak eta abzisa-ardatzak mugatutako eskualdearen azalera



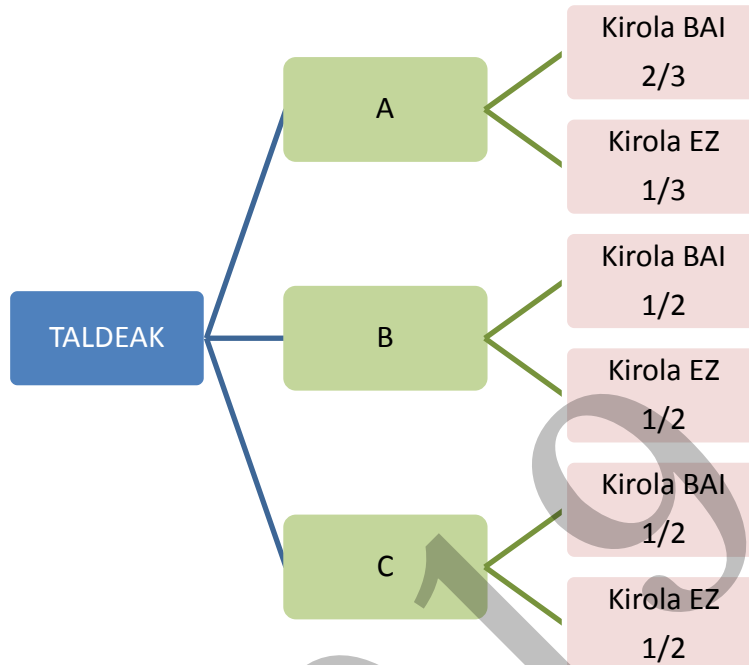
Azalera kalkulatzeko, zehazten et ebazten dugu ondorengo integral mugatua:

$$A = \int_0^3 [0 - (x^3 - 3x^2)] dx = \int_0^3 (-x^3 + 3x^2) dx = \left[ -\frac{x^4}{4} + 3\frac{x^3}{3} \right]_0^3 = \frac{27}{4} u^2$$

Hau da:  $A = \frac{27}{4} u^2$

## ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

**A 3** Probabilitate baten kalkulua, zuhaitz-diagramaren bidez (edo probabilitate osoaren bidez) eta probabilitate baldintzatuaren bidez (Bayes-en teorema) ebazten dena.



✚ Probabilitate Osoa

$$P(\text{kirola ez}) =$$

$$= P(A) \cdot P(\text{kirola ez} | A) + P(B) \cdot P(\text{kirola ez} | B) + P(C) \cdot P(\text{kirola ez} | C) =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{9}$$

✚ "A posteriori" probabilitatea: Bayes-en teorema

$$P(A | \text{kirolarik ez}) = \frac{P(A \cap \text{kirolarik ez})}{P(\text{kirolarik ez})} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{4}{9}} = 1/4$$



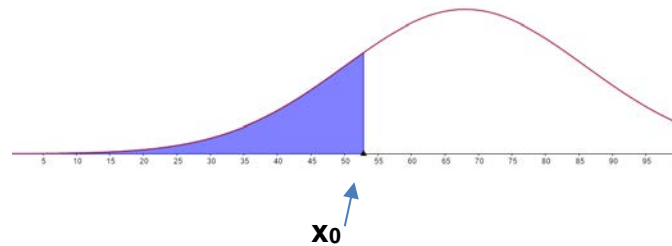
## ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

### A 4 Banaketa normala ulermena eta erabilpena.

$$X \equiv \text{testaren puntuazioa} \sim N(\mu, \sigma) = N(68, 18)$$

$$x_0, x_1 ? \text{ non } P(X \leq x_0) = 0,2 \text{ eta } P(X \leq x_1) = 0,85$$

$$\star P(X \leq x_0) = 0,2 \Rightarrow x_0 ?$$



$$\checkmark X \text{ aldagaiaren tipifikazioa: } Z = \frac{X-68}{18} \Rightarrow X = 18Z + 68$$

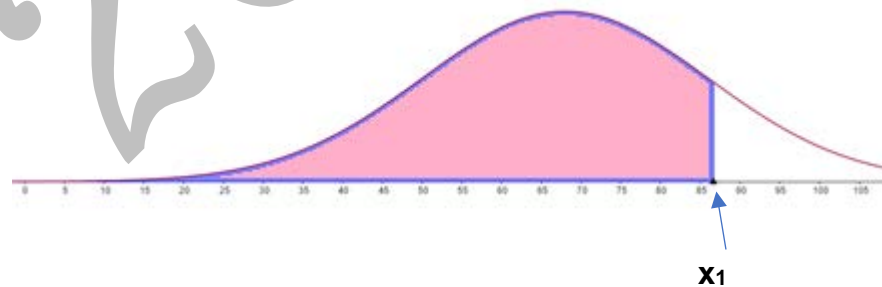
$$\checkmark P(X \leq x_0) = P(18Z + 68 \leq x_0) = P(Z \leq \frac{x_0-68}{18} = k) = 0,2$$

$\frac{x_0-68}{18} = k$  negatiboa da probabilitatea 0,5 baino txikiagoa delako, orduan, simetria:

$$P(Z \leq -k) = 0,2 \Rightarrow -k = -\frac{x_0-68}{18} = 0,845 \Rightarrow x_0 = 52,79$$

**Hau da, populazioaren %20k atera dute 52,79 puntu baino gutxiago.**

$$\star P(X \leq x_1) = 0,85$$



$$P(X \leq x_1) = P(18Z + 68 \leq x_1) = P\left(Z \leq \frac{x_1-68}{18}\right) = 0,85 \Rightarrow P(Z \leq k) = 0,85 \Rightarrow k = \frac{x_1-68}{18} = 1,035 \Rightarrow x_1 = 86,63$$

**Hau da, populazioaren %15ek atera dute 86,63 puntu baino gehiago.**

Ondorioz, populazioaren %65ek atera dute 52,79 puntu baino gehiago eta 86,63 puntu baino gutxiago.

Beste moduan esanda: kultura orokor baxuko lagunek 52,79 puntu baino gutxiago atera dute; kultura orokor nahiko lagunek 52,79 eta 86,63 bitarteko puntuazioa; eta kultura bikainakok 86,63 puntu baino gehiagoko puntuazioa lortu dute.



## ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

### EBAZPENAK

### B AUKERA

**B 1** Kalkulu matriziala. Matrizeen arteko eragiketak. Matrize baten alderantzizkoa.

a)  $A - B$  matrizearen alderantzizkoa  $\equiv (A - B)^{-1}$

$$\color{red}{\star} A - B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\color{red}{\star} |A - B| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \exists (A - B)^{-1}$$

$$\color{red}{\star} (A - B)^{-1} = \frac{1}{|A - B|} (\text{Adj}(A - B))^t = \frac{1}{1} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Hau da:  $(A - B)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

b) Zehaztu  $X$  non  $X(A - B) = 2A - 3B$

$$X(A - B) = 2A - 3B \Rightarrow X(A - B)(A - B)^{-1} = (2A - 3B)(A - B)^{-1}$$

$$\Rightarrow X = (2A - 3B)(A - B)^{-1}$$

$$\color{red}{\star} (2A - 3B) = 2 \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\color{red}{\star} \text{Badakigu } (A - B)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$\color{red}{\star}$  Orduan

$$X = (2A - 3B)(A - B)^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Hau da:  $X = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$



## ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

**B 2 Funtzio baten azterketa, funtzioaren ezaugarriak: gorakortasuna, puntu singularrak: maximo, minimo, inflexio puntuak, ganbiltasuna, eta abar.**

a)

✚  $f(x) = x^4 - 4$  funtzioa aztertzen dugu

- Gorakor- eta beherakor tartekak

Lehenengo deribatua da:  $y' = 4x^3$

$y' = 4x^3 > 0 \Rightarrow x > 0 \Rightarrow f(x)$  funtzioa da gorakorra  $(0, \infty)$

$y' = 4x^3 < 0 \Rightarrow x < 0 \Rightarrow f(x)$  funtzioa da beherakorra  $(-\infty, 0)$

- Maximo eta minimo erlatiboak

$$y' = 4x^3 \Rightarrow 4x^3 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$y'' = 12x^2 \Rightarrow f''(0) = 0$$

$$y''' = 24x \Rightarrow f'''(0) = 0$$

$$y^{iv} = 24 \Rightarrow f^{iv}(0) = 24 > 0$$

$x = 0$  puntuan zero balioa ez den lehenengo deribatua da 4.mailakoa, hau da, deribatu bikoiti batean eta bere balioa positiboa da, ondorioz,  $x = 0$  puntuan badugu minimo erlatibo bat. Beraz:  $(0, -4)$  **minimo erlatiboa**.

- $f(x)$  funtzioak ez du inflexio punturik

✚  $g(x) = 3x^2$  funtzioaren azterketa

- Gorakor- eta beherakor tartekak

Lehenengo deribatua da:  $y' = 6x$

$y' = 6x > 0 \Rightarrow x > 0 \Rightarrow g(x)$  funtzioa da gorakorra  $(0, \infty)$

$y' = 6x < 0 \Rightarrow x < 0 \Rightarrow g(x)$  funtzioa da gorakorra  $(-\infty, 0)$

- Maximo eta minimo erlatiboak:

$$y' = 6x \Rightarrow 6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

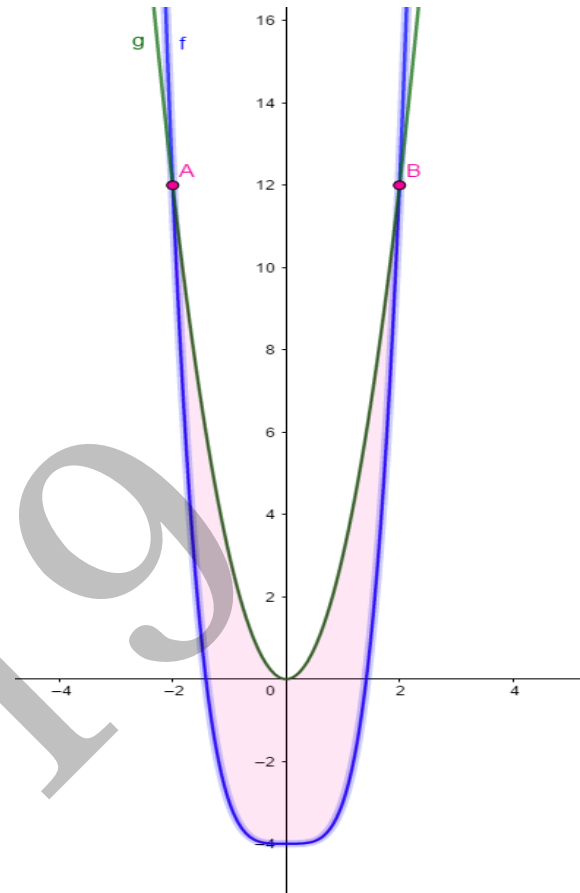
$y'' = 6 \Rightarrow g''(0) > 0 \Rightarrow x = 0$  puntuan funtzioak minimo erlatiboa du, hau da,

$(0, 0)$  **minimo erlatiboa**

- $g''(x) = 6 > 0 \forall x \Rightarrow$  Funtzioak ez du inflexio punturik

**ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**  
**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN**

b) Kurben adierazpen grafikoak



c) Kurbak mugatzen duten eskualde finituaren azalera:

- Funtzioen arteko ebaki puntuak :

$$\begin{cases} y = x^4 - 4 \\ y = 3x^2 \end{cases} \Rightarrow x^4 - 4 = 3x^2 \Rightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = 0$$

Ekuazio bikarratua denez, aldagai aldaketa  $x^2 = t$  eginez, lortzen dugun ekuazioa da:

$$t^2 - 3t - 4 = 0 \Rightarrow t = -1 \text{ eta } t = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \quad (x = \pm\sqrt{-1} \notin \mathbb{R})$$

Beraz, ebaki puntuak dira :  $A = (-2, 12)$  eta  $B = (2, 12)$

- Azalera kalkulatzeko ondorengo integral mugatua ebazten dugu:

$$A = \int_{-2}^2 [3x^2 - (x^4 - 4)] dx = \int_{-2}^2 [3x^2 - x^4 + 4] dx = \left[ \frac{3x^3}{3} - \frac{x^5}{5} + 4x \right]_{-2}^2 = \frac{96}{5} u^2$$





### ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

**B 3** Probabilitate baten kalkulua, kontingentzia taula baten bidez eta probabilitate baldintzatuaren bidez ebazten dena.

Kontingentzia taula eratzen dugu:

	Diabetesa	Diabetesa ez	
Emakumezkoa	0,06	0,48	0,54
Gizonezkoa	0,09	0,37	0,46
	0,15	0,85	1

a) Aukeraturiko pertsonak diabetesa pairatzeko probabilitatea:

$$P(\text{diabetesa}) = 0,06 + 0,09 = 0,15$$

b) Aukeraturiko pertsona emakumezkoa dela jakinda, diabetesa ez pairatzeko probabilitatea:

$$P(\text{diabetesa ez} \mid \text{emakumezkoa}) = \frac{P(\text{emakumezkoa} \cap \text{diabetesa ez})}{P(\text{emakumezkoa})} = \frac{0,48}{0,54} = 0,889$$

c) Aukeraturiko pertsonak diabetesa badu, emakumezkoa izateko probabilitatea:

$$P(\text{emakumezkoa} \mid \text{diabetesa}) = \frac{P(\text{emakumezkoa} \cap \text{diabetesa})}{P(\text{diabetesa})} = \frac{0,06}{0,15} = 0,4$$

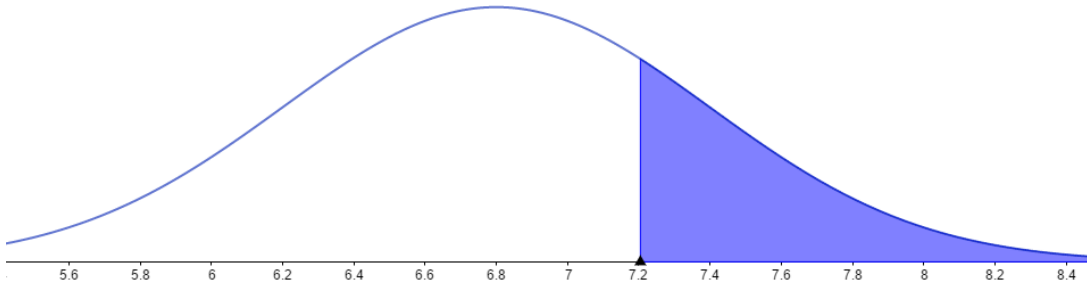
## ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

### B4 Banaketa normala ulermena eta erabilpena.

A karrera:  $X \equiv N(\mu, \sigma) = N(6,8; 0,6)$

B karrera:  $Y \equiv N(\mu', \sigma') = N(7; 0,5)$

#### A karreran

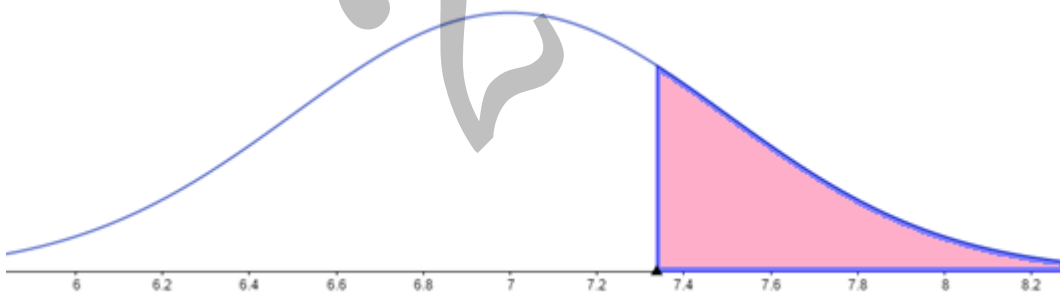


a

$$\begin{aligned} P(X > a) = 0,25 &\Rightarrow P\left(\frac{X - 6,8}{0,6} > \frac{a - 6,8}{0,6}\right) = 0,25 \Rightarrow \\ \Rightarrow P\left(Z > \frac{a - 6,8}{0,6}\right) = 0,25 &\Rightarrow 1 - P\left(Z \leq \frac{a - 6,8}{0,6}\right) = 0,25 \Rightarrow \\ \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{a - 6,8}{0,6}\right) = 0,75 &\Rightarrow \frac{a - 6,8}{0,6} = 0,675 \Rightarrow \mathbf{a = 7,205} \end{aligned}$$

**Beraz,** A karreran sartzeko eskatuko den nota minimorik 7,205 izango da.

#### B karreran;



b

$$\begin{aligned} P(Y > b) = 0,25 &\Rightarrow P\left(\frac{Y - 7}{0,5} > \frac{b - 7}{0,5}\right) = 0,25 \Rightarrow \\ \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{b - 7}{0,5}\right) = 0,75 &\Rightarrow \frac{b - 7}{0,5} = 0,675 \Rightarrow \mathbf{b = 7,3375} \end{aligned}$$

**Beraz,** B karreran sartzeko eskatuko den nota minimorik 7,3375 izango da

**Hau da: A karreran eskatuko da nota baxuena.**