





Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO  
EBALUAZIOA

2017ko EKAINA

GIZARTE-ZIENTZIEI  
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

EVALUACIÓN PARA EL  
ACCESO A LA UNIVERSIDAD

JUNIO 2017

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS  
CIENCIAS SOCIALES II

***Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.***

***Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.***

- Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, programagarriak ez badira.
- Orri honen atzealdean, banaketa normalaren taula dago.

***Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.***

***No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.***

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.





## A AUKERA

### A 1 (gehienez 3 puntu)

Izan bitez  $A = \begin{pmatrix} x & 6 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ y & -1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 9 & z \\ -z & -1 \end{pmatrix}$  eta  $E = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$  matrizeak.

- Zehaztu zer balio izan behar duten  $\{x, y, z\}$  parametro ezezagunek  $A \cdot B = C$  matrize-ekuazioa betetzeko.
- Kalkulatu  $E^{20}$  matrizearen osagaiak. Lagungarri bat: baliatu  $E$  matrizearen simetriak edo kalkulatu matrizearen aurreneko berreturak eredu bat identifikatzeko.

### A 2 (gehienez 3 puntu)

Hiri batean gripeak jotako gaixoen kopurua  $x$  unearen mendekoa da, adierazpen honen arabera:  $f(x) = -3x^2 + 24x$ , baldin eta  $f(x)$  positiboa bada.  $x$  aldagaiaren denbora-unitatea astea da.  $f(x) = 0$  betetzen den uneez funtzioaren definizio-eremua eta epidemiaren iraupena markatzen dute. Ospitalizatutako gaixo kopurua  $x$  unearen mendekoa da, adierazpen honen arabera:  $g(x) = -4x^2 + 44x - 96$ , baldin eta funtzio hori positiboa bada; bestela,  $g(x) = 0$ .

- Marratzu  $f(x)$  eta  $g(x)$  funtzioen grafikoen zirriborroa, eta aurkitu bi funtzio horien maximoak.
- Gripeak jota etxean geratzen diren gaixoen kopurua  $h(x) = f(x) - g(x)$  funtzioaz balioesten da. Idatzi  $h(x)$  funtzioaren adierazpena, eta adierazi zer tartetan den gorakorra funtzioa eta zer tartetan den beherakorra.

### A 3 (gehienez 2 puntu)

Ikasturtea bukatu aurretik, irakasleak ikasleen oporrei buruzko inkesta bat egin du. Ikasleen %30ek bere autonomia-erkidegoan bertan bidaiatuko du, eta bidaiak automobilerik (%70) edo trenetik (%30) egingo dute. Ikasleen %45 estatuko beste autonomia-erkidego batzuetara irtengo da, eta bidaiak automobilerik (%60), trenetik (%30) edo hegazkinez (%10) egingo dute. Gainerakoak atzerrira joango dira, hegazkinez (%60), automobilerik (%30) edo trenetik (%10). Zoriz ikasle bat aukeratzeko badugu:

- Zein da ikasle hori automobilerik edo hegazkinez bidaiatzeko probabilitatea?
- Baldin ikaslea hegazkinez joatekoa bada, zein da atzerrira ez joateko probabilitatea?

### A 4 (gehienez 2 puntu)

Batxilergoa bukatu berria duten ikasleen adinak  $\sigma = 0'35$  urteko desbiderapen estandarra duen banaketa normal bati jarraitzen dio. 120 ikasleren lagin baten adinaren batezbestekoa 18'2 urtekoa da. Kalkulatu batxilergo hori bukatu berria duten ikasle guztien  $\mu$  adinaren batezbestekoarentzako % 96ko konfiantza-tartea.



## B AUKERA

### B 1 (gehienez 3 puntu)

Nekazari baten baratzak 10 area ditu, eta, lur horretan, piperrez “ $P$ ” area eta tomatez “ $T$ ” area landatuko ditu irabaziak optimizatzeko. Gastuak kenduta, piperrez landatutako area bakoitzeko 200 € irabaziko ditu eta tomatez landatutako area bakoitzeko 250 €. 180 L ur daude egunean ureztatzeko, eta piper-area batek 10 L behar ditu eta tomate-area batek 20 L. Guztira, 160 € daude ereiteko, eta piper-area bat ereiteak 20 € balio du eta tomate-area bat ereiteak 10 €.

- Marraztu baratzaren azaleraren banaketa bideragarriak  $(P, T)$  planoan problemaren murrizketak errespetatuz.
- Idatzi irabaziak adierazten dituen  $F(P, T)$  funtzioa, eta aurkitu irabaziaren maximoa ematen duen  $(P, T)$  balioa. Kalkulatu maximo hori.

### B 2 (gehienez 3 puntu)

$f(x)$  funtzioa zatika definituta dago. Baldin  $x \leq 0$  bada, orduan  $f(x) = -x^2 - 2x + 3$  da; eta baldin  $x > 0$  bada, orduan  $f(x) = ax + b$  da.  $a$  eta  $b$  parametro ezezagunak dira.

- Aurkitu  $a$  eta  $b$  parametroak  $f(x)$  funtzioa  $x = 0$  abzisan jarraitua izan dadin eta aldi berean  $x = 3/2$  abzisan  $OX$  ardatza ebaki dezan.
- Aurkitu  $f(x)$ -ren eta  $OX$  ardatzaren arteko bi ebaki-puntuak, eta kalkulatu  $f(x)$ -k eta  $OX$ -k bi puntu horien artean mugatzen duten eskualdearen azalera.

### B 3 (gehienez 2 puntu)

Laborategi batean hiru sagu multzorekin esperimenduak egin dira pneumonia eragin dezaketen hiru bakterio motarekin (A, B eta C). Multzo bakoitzak 100 sagu ditu. Lehenengo multzoko saguei A bakterioa inokulatu zaie, eta %40 pneumoniaz kutsatu dira; bigarrengoei B bakterioa inokulatu zaie, eta %60 pneumoniaz kutsatu dira; eta hirugarrengoei C bakterioa inokulatu zaie, eta %25 pneumoniaz kutsatu dira. Esperimendua amaitu ondoren, sagu guztietatik bat zoriz aukeratu da.

- Zein da sagua pneumoniaz kutsatuta egotearen probabilitatea?
- Saguari pneumonia erantsi bazaio, zein da B bakterioa inokulatu zaion sagu multzokoa izatearen probabilitatea?

### B 4 (gehienez 2 puntu)

Kirol-elkarte batek 10 eta 18 urte bitarteko maila guztietarako futbol-taldeak osatzeko kanpaina bat zabaldu du neska-mutilen artean. Aurkeztutakoekin adinak  $\sigma = 2.5$  desbiderapen estandarra duen banaketa normal bati jarraitzen dio. Neska-mutilen lagin baten batezbesteko adina 13.7 urtekoa bada:

- Zein izan behar luke gutxieneko lagin-tamainak, populazioaren batezbestekoa ( $\mu$ ) kalkulatzeko egindako akatsa 0.4 urte baino handiagoa ez dela ziurtatzeko, konfiantza-maila % 95 izanik?
- Lagina 144 neska-mutilekoa izango balitz, zein litzateke konfiantza-tarte berria populazioaren batezbestekorako ( $\mu$ ), konfiantza-maila % 95 izanik?



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

### GIZARTE-ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

#### Puntuazio-sistema

Probaren puntuazioa, guztira, 0 eta 10 puntu bitartekoa izango da.

Lehenengo bi problemak 0 eta 3 puntu artean baloratuko dira, eta azken biak 0 eta 2 puntu artean.

Problema batean zenbait atal badaude, atal guztiak berdinduz baloratuko dira.

Galdera batean erabili beharreko ebazpen-metodoa zehazten ez bada, galdera hori modu egokian ebazten duen edozein bide onartuko da.

#### Balorazio positiboa merezi duten faktoreak

- Planteamendu zuzenak.
- Kontzeptuak, hiztegia eta notazio zientifikoa zuzen erabiltzea.
- Zenbakizko datuak eta datu grafikoak interpretatzeko edo/eta kalkulatzeko erabiltzen diren teknika espezifikoak ezagutzea.
- Problema osorik bukatzea eta emaitzaren zehaztasuna.
- Bi emaitza zenbakizko kalkuluetan erabilitako zehaztasun-mailan soilik desberdintzen badira, biak ontzat emango dira.
- Ariketa ebaztean egindako pausoen azalpen argia.
- Aurkezpenaren txukuntasuna, bai eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek beharke lukeen heldutasuna erakusten duen beste edozein alderdi.

#### Balorazio negatiboa merezi duten faktoreak

- Planteamendu okerrak.
- Kontzeptuen nahasketa.
- Kalkulu-akatsen ugaritasuna (oinarrizko gabezien adierazle delako).
- Akats bakanak, hausnarketa kritikoa edo sen ona falta dela erakusten dutenean (adibidez, esatea problema baten soluzioa  $-3,7$  hozkailu dela, edo probabilitate baten balioa  $2,5$  dela).
- Akats bakanak, haien ondorioz ebaztitako problema hasieran proposatutakoa baino errazagoa bilakatzen denean.
- Azalpenik eza, bereziki erabiltzen ari diren aldagaien esanahiarena.
- Akats ortografiko larriak, desordena, garbitasun falta, idazkera okerra, eta unibertsitatera sartzear dagoen ikasle batek izan beharke ez lukeen edozein ezaugarri desegoki.



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

### EBAZPENAK

#### A AUKERA

##### A 1 (Kalkulu matrizialaren ariketa)

$$a) A \cdot B = C \Rightarrow \begin{pmatrix} x & 6 \\ -3 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ y & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x + 6y & 2x - 6 \\ -9 - 5y & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & z \\ -z & -1 \end{pmatrix},$$

eta hortik:  $x = 5, y = -1, z = 4$

$$b) \text{ Izan bitez } E = \begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}, \text{ non } a = 1 \text{ eta } b = 2 \text{ diren eta } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

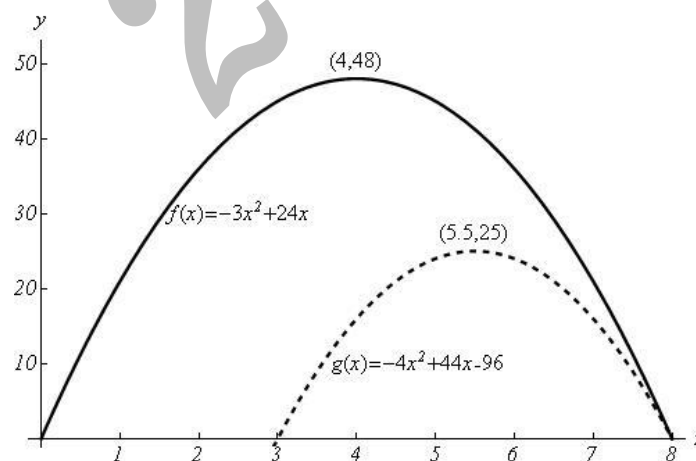
$$E^2 = \begin{pmatrix} a^2 + b^2 & 0 \\ 0 & a^2 + b^2 \end{pmatrix} = (a^2 + b^2) \cdot I,$$

$$E^3 = (a^2 + b^2) \cdot E, E^4 = (a^2 + b^2)^2 \cdot I, \dots$$

$$\text{eta hortik: } E^{20} = (a^2 + b^2)^{10} \cdot I = \begin{pmatrix} 5^{10} & 0 \\ 0 & 5^{10} \end{pmatrix}$$

##### A 2 (Funtzio baten balioen eta maximoaren kalkulua. Interpretazioa)

###### a) Funtzioen grafikoa



$$OX \text{ ardatzarekiko ebakipuntuak: } \begin{cases} f(x) = -3x^2 + 24x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 8, \\ g(x) = -4x^2 + 44x - 96 = 0 \Rightarrow x = 3, x = 8. \end{cases}$$

$$\text{Maximoak: } f'(x) = 0 \Rightarrow x = 4, f(4) = 48. g'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{11}{2}, g\left(\frac{11}{2}\right) = 25$$

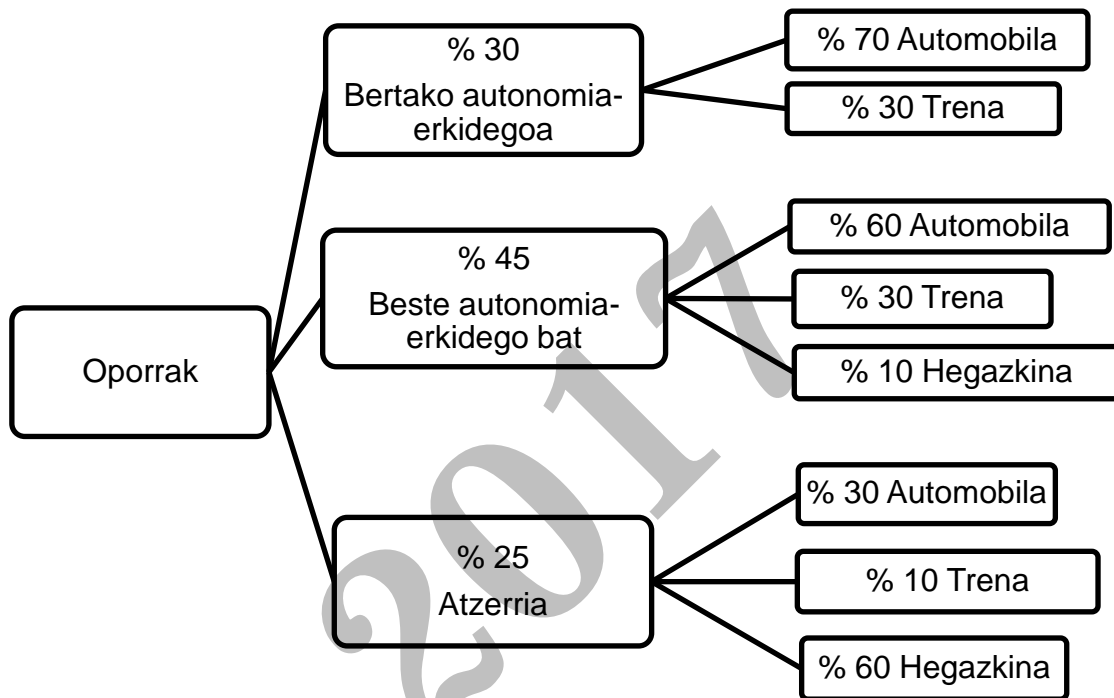
$$b) h(x) = f(x) - g(x) = \begin{cases} -3x^2 + 24x, & 0 \leq x \leq 3, \\ x^2 - 20x + 96, & 3 \leq x \leq 8. \end{cases}$$



### CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

$0 \leq x < 3$  tartean,  $h(x)$  gorakorra da  $h'(x) = -6x + 24 > 0$  delako;  $3 < x \leq 8$  tartean,  $h(x)$  beherakorra da  $h'(x) = 2x - 20 < 0$  delako.

**A 3** (Probabilitate baten kalkulua, zuhaitz-diagramaren bidez eta probabilitate baldintzatuaren bidez ebazten dena)



- a)  $P(\text{automobilez edo hegazkinez}) = 1 - P(\text{Trenez}) = 1 - (0,3 \cdot 0,3 + 0,45 \cdot 0,3 + 0,25 \cdot 0,1) = 1 - 0,25 = 0,75 \equiv \% 75$ .
- b) Aukera bakarra estatuko beste autonomia-erkidego batera joatea da:

$$P(\overline{\text{Atz}}|\text{Hegazk}) = \frac{0,45 \cdot 0,1}{0,45 \cdot 0,1 + 0,25 \cdot 0,6} = \frac{0,045}{0,195} = 0,2307 \equiv \% 23,07.$$

**A 4** (Banaketa normal bati jarraitzen dion populazio baten batezbestekoaren konfiantza-tartearen kalkulua)

Problemaren datuak:  $\sigma = 0,35$  urte,  $\bar{x} = 18,2$  urte,  $n = 120$  laginaren tamaina

Konfiantza-maila:  $n_c = 0,96 \Rightarrow \alpha = 0,04 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,02 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,055$

Konfiantza-tartearen zabalera =  $Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2,055 \cdot \frac{0,35}{\sqrt{120}} = 0,065$ .

Konfiantza-tartea =  $(18,2 - 0,065, 18,2 + 0,065) = (18,135, 18,265)$ .





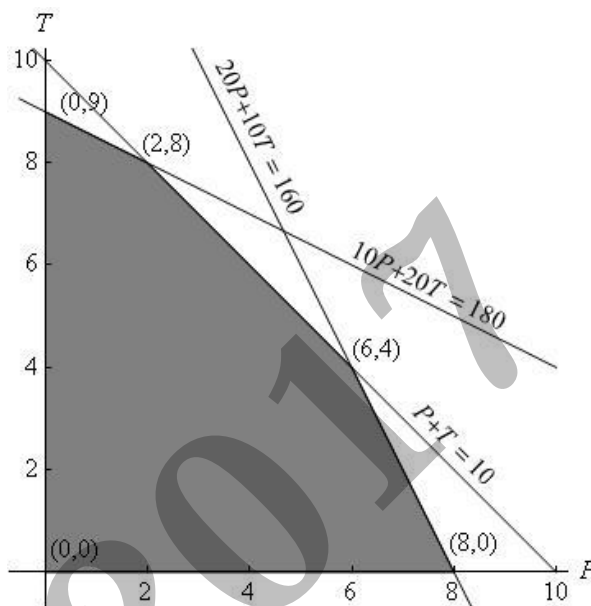
## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

### B AUKERA

**B 1** (Bi aldagaiko programazio linealeko problema baten ebazpena)

a) Problemaren murriztapenak eta haiek mugatutako eremua hauek dira:

$$P + T \leq 10, \quad 10P + 20T \leq 180, \quad 20P + 10T \leq 160.$$



b) Helburu funtzioa  $F(P, T) = 200P + 250T$  da. Soluzio bideragarrien eremuaren erpinak  $A = (0,0)$ ,  $B = (0,9)$ ,  $C = (2,8)$ ,  $D = (6,4)$  eta  $E = (8,0)$  dira. Helburu funtzioaren maximoa  $F(2,8) = 2.400$  da, eta  $C = (2,8)$  puntuan erdiesten da.

**B 2** (Funtzioaren jarraitutasuna. Azaleraren kalkulua integral mugatuaren bidez)

a)  $f(0) = 3$  da; beraz,  $f(x)$  jarraitua izateko, haren ezker-limitea,  $x = 0$  abzisan, hau da:  $3 = \lim_{x \rightarrow 0} (ax + b) = b \Rightarrow b = 3$ . Bestalde,  $0 = f\left(\frac{3}{2}\right) \Rightarrow a = -2$ .

$$b) \begin{cases} x \leq 0, & f(x) = -x^2 - 2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \\ x > 0, & f(x) = -2x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

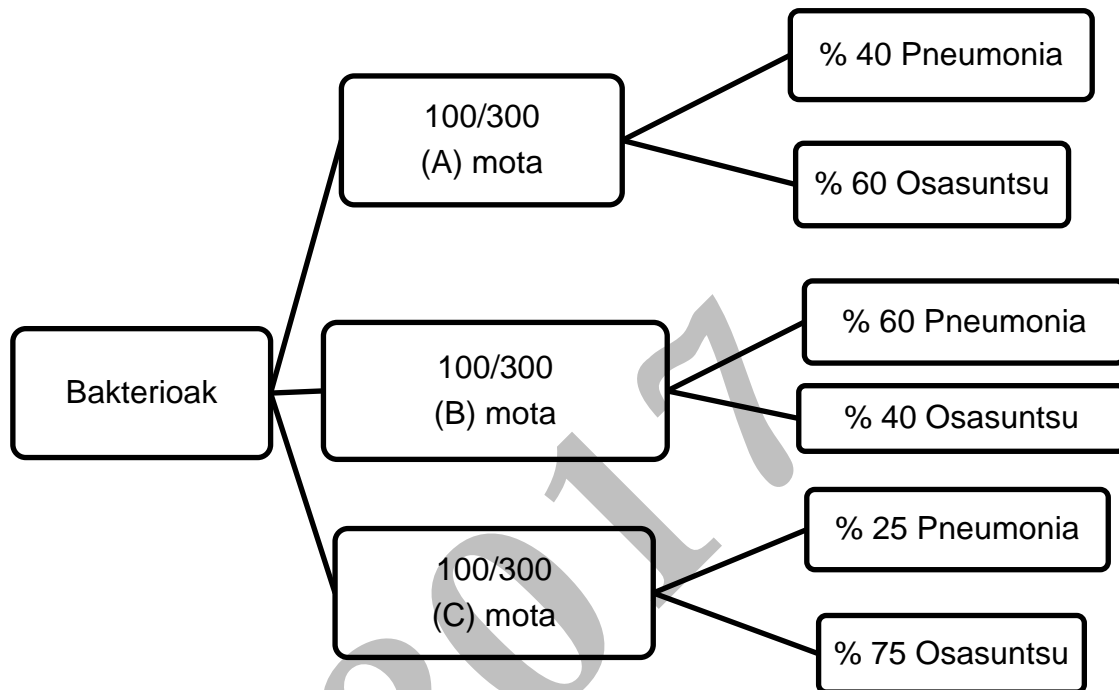
$$\text{Azalera} = \int_{-3}^0 (-x^2 - 2x + 3) dx + \int_0^{\frac{3}{2}} (-2x + 3) dx =$$

$$\left[ -\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x \right]_{-3}^0 + \left[ -x^2 + 3x \right]_0^{\frac{3}{2}} = \frac{45}{4}.$$



### CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

**B 3** (Probabilitate baten kalkulua, zuhaitz-diagramaren bidez eta probabilitate baldintzatuaren bidez ebazten dena)



$$a) P(\text{Pneumonia}) = \frac{40+60+25}{300} = \frac{125}{300} = 0,4166 \equiv \% 41,66.$$

$$b) P(B|\text{Pneumonia}) = \frac{0,6}{0,4+0,6+0,25} = \frac{0,6}{1,25} = 0,48 \equiv \%48.$$

**B 4** (Banaketa normal bati jarraitzen dion populazio baten batezbestekoaren konfiantza-tartearen kalkulua)

Problemaren datuak:  $\sigma = 2,5$  urte,  $\bar{x} = 13,7$  urte.

$$a) \text{Konfiantza-maila: } n_c = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$$

$$\text{Konf. tart. zabalera} = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \cdot \frac{2,5}{\sqrt{n}} \leq 0,4 \Rightarrow n \geq 150,06 \Rightarrow n = 151.$$

$$b) \text{Laginaren tamaina: } n = 144.$$

$$\text{Konfiantza-maila: } n_c = 0,95 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$$

$$\text{Konfiantza-tartearen zabalera} = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \cdot \frac{2,5}{12} = 0,408.$$

$$\text{Konfiantza-tartea} = (13,7-0,408, 13,7+0,408) = (13,292, 14,108).$$