



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
EBALUAZIOA

2017ko UZTAILA

GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

EVALUACIÓN PARA EL
ACCESO A LA UNIVERSIDAD

JULIO 2017

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS
CIENCIAS SOCIALES II

Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.

Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.

- Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, programagarriak ez badira.
- Orri honen atzealdean, banaketa normalaren taula dago.

Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.

No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
EBALUAZIOA

2017ko UZTAILA

GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATURIKO MATEMATIKA II

EVALUACIÓN PARA EL
ACCESO A LA UNIVERSIDAD

JULIO 2017

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS
CIENCIAS SOCIALES II

A AUKERA

A 1 (gehienez 3 puntu)

Izan bitez lau inekuazio lineal hauek:

$$(i) 4y - x \geq 4, (ii) 2y - x \leq 6, (iii) y - x \leq 1, (iv) 2y + x \leq 8$$

- Marratzu XY planoan (i), (ii), (iii) eta (iv) inekuazioak betetzen dituzten soluzio bideragarrien esparrua. Aurreko lau inekuazioetatik bat ez da ezinbestekoa (inekuazioa falta bada, eremua ez da aldatzen). Zein da?
- Zein da $F(x, y) = 3x - 2y$ funtzioaren maximoa aurreko atalean zehaztutako esparruan?

A 2 (gehienez 3 puntu)

Egunkari lokalean gimnasio baten x iragarki argitaratzen dira hileroko bazkideak erakartzeko, $0 \leq x \leq 14$ izanik. Iragarki bakoitzeko prezioa 300 € da. $A(x) = -x^2 + 28x$ funtzioak bazkide kopurua adierazten du, eta bazkide bakoitzak 100 € ordaintzen ditu hilean. Iragarkien gastuaz gain, gimnasioak hilean 12.000 €-ko mantentze-gastuei egin behar die aurre. Hileko balantzea $f(x)$ da, bazkideen kuotak ken gastuak. Erantzun:

- Zein da kontratatu beharreko iragarki kopururik txikiena galerak gainditzeko eta negozioa errentagarria bihurtzeko?
- Zenbat iragarki kontratatu beharko dira irabaziak maximizatzeko, eta zenbatekoa litzateke irabazi hori?

A 3 (gehienez 2 puntu)

Klinika batean, hiru motatako zerbitzuak egiten dira, besterik ez: % 35 ekografiak dira, % 40 erradiografiak eta % 25 erresonantzia magnetikoak. Ekografien % 60 emakumeenak dira, erradiografien % 50 emakumeenak dira eta erresonantzia magnetikoen % 60 gizonenak dira. Paziente bat zoriz aukeratzen bada:

- Zein da emakumea izateko probabilitatea?
- Baldin eta aukeratu den pazienteak emakumea bada, zer probabilitate dago egindako zerbitzua ekografia izateko?

A 4 (gehienez 2 puntu)

Donostia-Bilbo autobus-linean, ohiko erabiltzaileen hileko bidaia kopuruak $\sigma = 10$ desbiderapen estandarra duen banaketa normal bati jarraitzen dio. Aukeratutako 625 erabiltzaileko lagin batean, egindako bidaia kopuruaren batezbestekoa 16 bidaia dira.

- Kalkulatu populazio osoaren μ hileko bidaia kopuruaren batezbestekorako konfiantza-tartea % 4ko esangura-mailaz.
- Kalkulatu populazio osoaren μ hileko bidaia kopuruaren batezbestekorako konfiantza-tartea % 98ko konfiantza-mailaz.



B AUKERA

B 1 (gehienez 3 puntu)

Izan bitez $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ eta $C = \begin{pmatrix} 14 & -6 \\ -9 & -11 \end{pmatrix}$ matrizeak. Aurkitu 2×2 dimentsioko $M = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ eta $H = \begin{pmatrix} f & g \\ h & i \end{pmatrix}$ matrizeen osagaiak honako ekuazio matrizial hauek bete daitezen:

- $A M B = C$
- $A H B^{-1} = C$.

B 2 (gehienez 3 puntu)

Izan bitez $p(x) = 2x^3 + bx^2 + c$ polinomio kubikoa eta $q(x) = -x^2 + 6x + 10$ parabola.

- Bila itzazu b eta c koefiziente ezezagunak $p(x)$ eta $q(x)$ polinomioek bi ebakidura-puntu eduki ditzaten $x = 0$ eta $x = 6$ abzisetan. Marraztu $p(x)$ eta $q(x)$ funtzioen grafikoaren zirriborroa.
- Kalkulatu $p(x)$ eta $q(x)$ funtzioek mugatzen duten eskualdearen azalera $0 \leq x \leq 6$ tartean, jakinik tarte horren barnean ez dagoela $p(x)$ -ren eta $q(x)$ -ren arteko ebakidura-punturik.

B 3 (gehienez 2 puntu)

Familia batek honela egiten ditu erosketak: % 50 bere inguruko dendetan, % 40 Internet bidez eta gainerakoa, hirugarren pertsonen bidez. Dendetan, erositakoaren % 60 txartelez ordaintzen dute, eta gainerakoa eskudirutan. Internetez erositakoaren % 70 txartelez ordaintzen dute, eta % 30 eskudirutan, produktua jasotzen dutenean. Hirugarren pertsonen bidez erosten badute, beti eskudirutan ordaintzen dute. Erosketa bat zoriz aukeratzen bada:

- Zein da eskudirutan ordaindu izanaren probabilitatea?
- Baldin aukeratutako erosketa txartelez ordaindua izan bada, zein da denda batean erosia izateko probabilitatea?

B 4 (gehienez 2 puntu)

Miopia duten pertsonen proportzioa zenbatekoa den jakin nahi da. Horretarako, n pertsonaren lagin bat aukeratuko da. Erantzun:

- Lagin horretan, miopoen proportzioa % 32 da. Zein izan behar luke gutxieneko lagin-tamainak p populazio osoaren miopoen proportzioaren kalkuluaren akatsa % 3 baino txikiagoa izan dadin, % 92ko konfiantza-mailaz?
- 625 pertsonako lagin batean, miopoen proportzioa % 30 da. Kalkulatu % 2ko esangura-mailari dagokion konfiantza-tartea p populazioaren miopereportziorako.



CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

GIZARTE-ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

Puntuazio-sistema

Probaren puntuazioa guztira 0 eta 10 puntu bitartekoa izango da.

Lehenengo bi problemak 0 eta 3 puntu artean baloratuko dira, eta azken biak 0 eta 2 puntu artean.

Problema batean zenbait atal badaude, atal guztiak berdin baloratuko dira.

Galdera batean erabili beharreko ebazpen-metodoa zehazten ez bada, galdera hori modu egokian ebazten duen edozein bide onartuko da.

Balorazio positiboa merezi duten faktoreak

- Planteamendu zuzenak.
- Kontzeptuak, hiztegia eta notazio zientifikoa zuzen erabiltzea.
- Zenbakizko datuak eta datu grafikoak interpretatzeko edo/eta kalkulatzeko erabiltzen diren teknika espezifikoak ezagutzea.
- Problema osorik bukatzea eta emaitzaren zehaztasuna.
- Bi emaitza soilik zenbakizko kalkuluetan erabilitako zehaztasun-mailan desberdintzen badira, biak ontzat emango dira.
- Ariketa ebaztean egindako pausoen azalpen argia.
- Aurkezpenaren txukuntasuna, bai eta unibertsitatera sartzean dagoen ikasle batek beharko lukeen heldutasuna erakusten duen beste edozein alderdi.

Balorazio negatiboa merezi duten faktoreak

- Planteamendu okerrak.
- Kontzeptuen nahasketa.
- Kalkulu-akatsen ugaritasuna (oinarrizko gabezien adierazle delako).
- Akats bakanak, hausnarketa kritiko edo sen onaren falta erakusten dutenean (adibidez, problema baten soluzioa $-3,7$ hozkailu dela esatea, edo probabilitate baten balioa $2,5$ dela esatea).
- Akats bakanak, haien ondorioz ebatzitako problema hasieran proposatutakoa baino errazagoa bilakatzen denean.
- Azalpenik eza, bereziki erabiltzen ari den aldagaien esanahiarena.
- Akats ortografiko larriak, desordena, garbitasun falta, idazkera okerra, eta unibertsitatera sartzean dagoen ikasle batek izan beharko ez lukeen edozein ezaugarri desegoki.



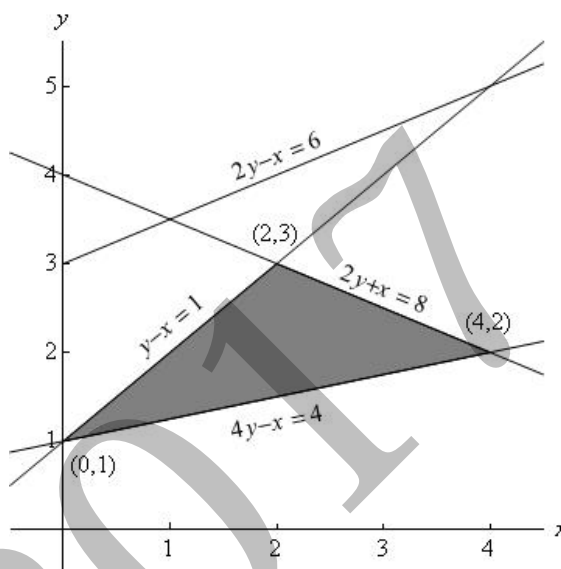
CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

EBAZPENAK

A AUKERA

A 1 (Bi aldagaiko programazio linealaren ariketa)

a) Murriztapenek mugatzen duten esparruaren grafikoa:



Lau murriztapenetatik, (ii)-aren muga $2y - x = 6$ da, eta zuzen hori beste murriztapenek mugatzen duten esparrutik kanpo dago.

b) $F(x,y)$ funtzio linealaren maximoa aurreko ataleko esparruaren erpin batean egongo da: $A=(0,1)$, $B=(2,3)$ edo $C=(4,2)$:

$$F(A) = -2, \quad f(B) = 0, \quad f(C) = 8 \text{ (maximoa).}$$

A 2 (Funtzio baten balioen eta maximoaren kalkulua. Interpretazioa)

$$f(x) = 100(-x^2 + 28x) - 300x - 12000 = 100(-x^2 + 25x - 120),$$

a) $f(x)$ funtzioa positiboa da $6'48 \leq x \leq 18'52$ tartean. Negozioa errentagarria izango bada kontratatu behar den iragarki kopuru txikiena $x = 7$ da.

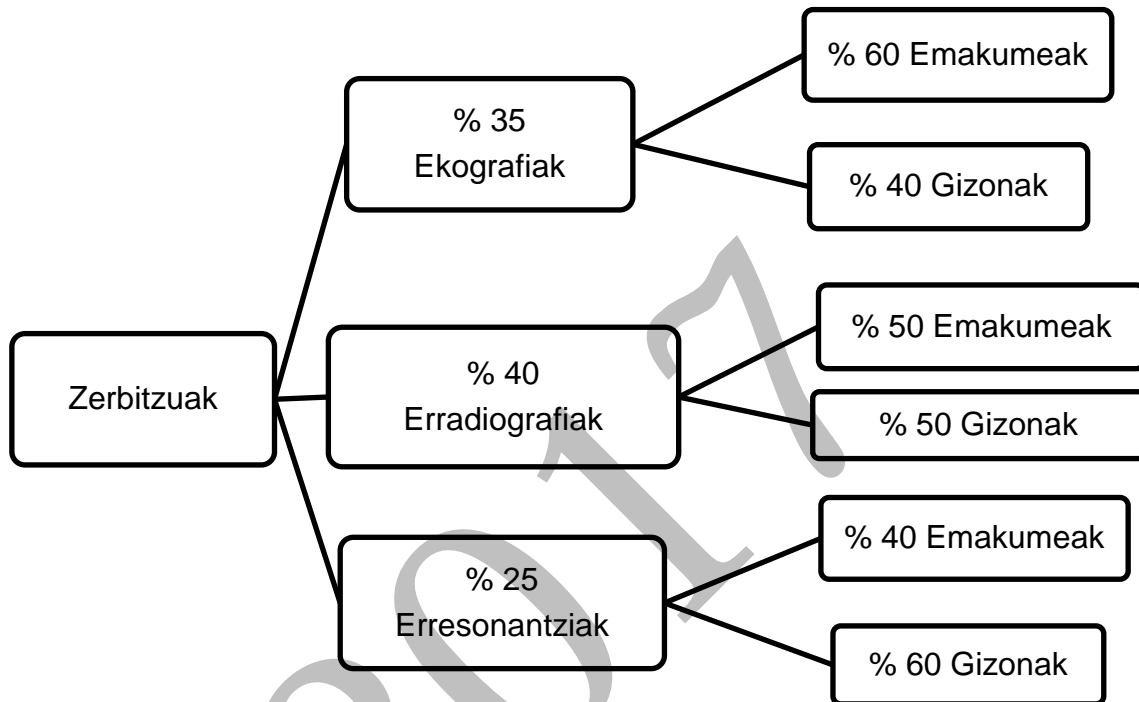
b) $f'(x) = 100(-2x + 25) = 0 \Rightarrow x = 12'5$.

x aldagaiak zenbaki osoa izan behar du: $f(12) = f(13) = 3600$ €. Hori da irabazirik handiena; beraz $x=12$ edo $x=13$ da iragarki kopuru egokia.



CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

A 3 (Probabilitate baten kalkulua, zuhaitz-diagramaren bidez eta probabilitate baldintzatuaren bidez ebazten dena)



a) $P(\text{emak}) = 0'35 \cdot 0'6 + 0'4 \cdot 0'5 + 0'25 \cdot 0'4 = 0'21 + 0'2 + 0'1 = 0'51 \equiv \% 51$

b) $P(\text{Eko/emak}) = \frac{0'35 \cdot 0'6}{0'35 \cdot 0'6 + 0'4 \cdot 0'5 + 0'25 \cdot 0'4} = \frac{0'21}{0'51} = 0'4117 \equiv \% 41'17$

A 4 (Banaketa normal bati jarraitzen dion populazio baten batezbestekoaren konfiantza-tartearen kalkulua)

Problemaren datuak: $\sigma = 10$ bidaia, $\bar{x} = 16$ bidaia, $n = 625$ laginaren tamaina.

a) Esangura-maila: $\alpha = 0'04 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'02 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'055$

Konfiantza-tartearen zabalera = $Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2'055 \cdot \frac{10}{25} = 0'822$.

Konfiantza-tartea = $(16-0'822, 16+0'822) = (15'178, 16'822)$.

b) Konfiantza-maila: $n_c = 0'98 \Rightarrow \alpha = 0'02 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'01 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'33$

Konfiantza-tartearen zabalera = $Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2'33 \cdot \frac{10}{25} = 0'932$.

Konfiantza-tartea = $(16-0'932, 16+0'932) = (15'068, 16'932)$.



CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

B AUKERA

B 1 (Kalkulu matrizialaren ariketa)

$$a) A \cdot M \cdot B = C \Rightarrow \begin{pmatrix} 2p - 4q & 6p + 4q \\ -r + 2s & -3r - 2s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & -6 \\ -9 & -11 \end{pmatrix},$$

$$\text{hortik: } p = 1, q = -3, r = 5, s = -2$$

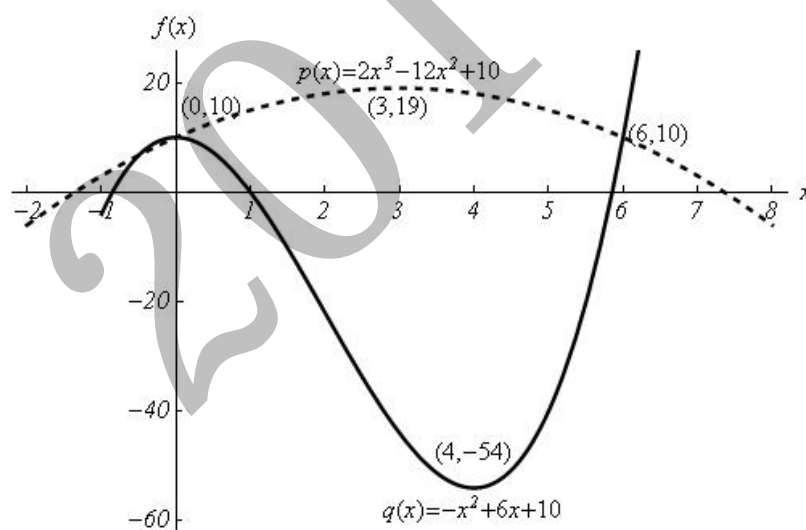
$$b) A \cdot H \cdot B^{-1} = C \Leftrightarrow A \cdot H = C \cdot B \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2f & 2g \\ -h & -i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 & 30 \\ 13 & -49 \end{pmatrix}$$

$$\text{hortik: } f = 13, g = 15, h = -13, i = 49$$

B 2 (Funtzioaren parametroen kalkulua. Azalera integral bidez kalkulatzea)

$$a) 10 = q(0) = p(0) = c \Rightarrow c = 10,$$

$$10 = q(6) = p(6) = 2 \cdot 6^3 + b \cdot 6^2 + 10 \Rightarrow b = -12.$$

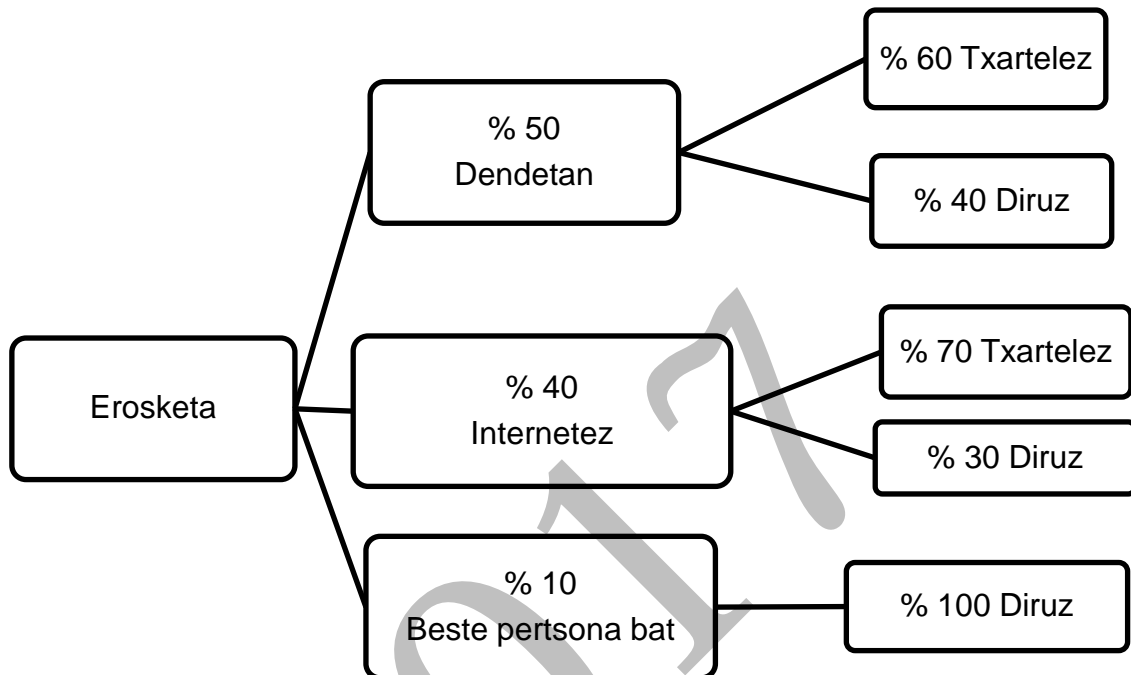


$$b) \int_0^6 [p(x) - q(x)] dx = \left[-\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 10x - \frac{1}{2}x^4 + 4x^3 - 10x \right]_0^6 = 252.$$



CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

B 3 (Probabilitate baten kalkulua, zuhaitz-diagramaren bidez eta probabilitate baldintzatuaren bidez ebazten dena)



a) $P(\text{diruz}) = 0'5 \cdot 0'4 + 0'4 \cdot 0'3 + 0'1 = 0'2 + 0'12 + 0'1 = 0'42 \equiv \% 42.$

b) $P(\text{denda}|\text{txartela}) = \frac{0'6 \cdot 0'5}{0'6 \cdot 0'5 + 0'7 \cdot 0'4} = \frac{0'3}{0'58} = 0'5172 \equiv \% 51'72.$

B 4 (Populazio baten proportzioaren konfiantza-tartearen kalkulua)

a) Datuak: $\hat{p} = 0'32$ laginaren miopen proportzioa, $\hat{q} = 1 - \hat{p} = 0'68$.

Konfiantza-maila: $n_c = 0'92 \Rightarrow \alpha = 0'08 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'04 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'75$

$$\text{Konfiantza-tartearen zabalera} = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 1'75 \cdot \sqrt{\frac{0'32 \cdot 0'68}{n}}$$

$$1'75 \cdot \sqrt{\frac{0'32 \cdot 0'68}{n}} \leq 0'03 \Rightarrow n \geq \left(\frac{1'75}{0'03}\right)^2 \cdot 0'32 \cdot 0'68 = 744'44 \Rightarrow n = 745.$$

b) Datuak: $\hat{p} = 0'30$, $\hat{q} = 1 - \hat{p} = 0'70$, $n = 625$.

Esangura-maila: $\alpha = 0'02 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'01 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'325$.

$$\text{Konfiantza-tartearen zabalera} = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 2'325 \cdot \sqrt{\frac{0'3 \cdot 0'7}{625}} = 0'042.$$

$$\text{Konfiantza-tartea} = (0'3 - 0'042, 0'3 + 0'042) = (0'258, 0'342)$$