

2015 UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBA

# Gizarte zientziei aplikaturiko matematika II

- BATXILERGOA
- LANDIBE HEZIKETA
- GOI MAILAKO HEZIKETA ZIKLOAK

Azterketa

Kalifikazio eta zuzenketa irizpideak



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

NAZIOARTEKO  
BIKAINASUN  
CAMPUSA  
CAMPUS DE  
EXCELENCIA  
INTERNACIONAL



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

2015eko UZTAILA

GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

JULIO 2015

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

***Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu.***

***Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.***

- Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, programagarriak ez badira.
- Orri honen atzealdean, banaketa normalaren taula dago.

***Este examen tiene dos opciones. Debes contestar a una de ellas.***

***No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.***

- Está permitido el uso de calculadoras científicas que no sean programables.
- La tabla de la distribución normal está en el anverso de esta hoja.





## A AUKERA

### A 1 (gehienez 3 puntu)

- a) Egin inekuazio hauek mugatzen duten planoaren eremuaren adierazpen grafikoa:

$$0 \leq x, 0 \leq y, 3x + y \leq 60, x + 2y \leq 40$$

- b) Aurkitu  $F(x, y) = 6x + 5y$  eta  $G(x, y) = 2x + 4y$  funtzioen balio maximoa eremu horretan, eta balio horiek zein puntutan lortzen diren.

### A 2 (gehienez 3 puntu)

Zinema-areto batean, sarreraren prezioa 50na zentimoka gehitu edo gutxitu daiteke  $p = 6 + 0,5x$  ( $x = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) formularen arabera. Prezio horri dagokion ikusleen kopurua  $e = 320 - 20x$  ( $x = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) formularen bidez kalkulatzen da.

- a) Prezioa 5,5, 6 edo 6,5 euro bada, zein da prezio horietako bakoitzari dagokion ikusleen kopurua? Nola interpreta dezakezu ikusleen kopuruak prezioaren arabera duen igoera edo jaitsiera?
- b) Aurkitu,  $x$  aldagaiaren arabera, zinema-aretoaren diru-sarrerak adierazten dituen funtzioa, eta gara ezazu adierazpena.
- c) Zein da diru-sarrerak maximizatzen dituen sarreraren prezioa? Zer ikusle kopuru dagokio prezio horri? Zenbatekoak dira diru-sarrera maximo horiek?

### A 3 (gehienez 2 puntu)

Kutxa batean, 4 bola zuri eta 4 beltz daude. Bola bat ateratzen da, haren kolorea apuntatzen da eta beste koloreko bola batez ordezkutzen da. Jarraian, bigarren bola bat ateratzen da. Kalkulatu:

- a) Ateratako bi bolak kolore berdinekoak izateko probabilitatea
- b) Bigarren bola zuria izateko probabilitatea

### A 4 (gehienez 2 puntu)

Tableta-marka baten funtzionamendu-orduen kopuruak 1.800 orduko batezbestekoa eta 250 orduko desbideratze tipikoa dituen banaketa normal bati jarraitzen dio. Kalkulatu probabilitate hauek:

- a) Tabletaren iraupena 2.200 ordu baino gehiago izatea.
- b) Tabletaren iraupena 1.800 eta 2.000 ordu artean egotea.
- c) Tabletaren iraupena 1.500 ordu baino gutxiago izatea.
- d) Zein da, % 95eko probabilitatearekin, tableta horietako baten funtzionamendurako espero daitekeen ordu-kopuru maximoa?



## B AUKERA

### B 1 (gehienez 3 puntu)

a) Kalkulatu  $a$ ,  $b$ ,  $c$  eta  $d$ -ren balioak ekuazio matrizial hau betetzeko:

$$\begin{pmatrix} 2a-2 & 2b \\ c+1 & d+2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & d-2 \\ 2c & 2a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Izan bedi  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  matrizea. Kalkulatu  $A^{20}$ . Arrazoitu erantzuna.

### B 2 (gehienez 3 puntu)

Izan bedi  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ .

a) Kalkulatu  $a$  eta  $b$  parametroen balioak  $f(x)$  funtzioak  $x = -1$  eta  $x = 3$  abzisa-puntuetan mutur erlatiboak eduki ditzan. Zer motatako muturrak dira?

b) Kalkulatu,  $a = 1 = b$  denean, integral definitu hau:  $\int_0^3 f(x) dx$

### B 3 (gehienez 2 puntu)

Bilera batean, 150 pertsona daude; haietatik, 35 arabarrak dira, eta gainerakoak, gipuzkoarrak. Arabarren artean, % 30 irakurzaleak dira; gipuzkoarren artean, berriz, % 55. Pertsona bat zoriz aukeratzen bada:

a) Zein da irakurzale izateko probabilitatea?

b) Aukeratutako pertsona irakurzalea bada, zein da arabarra izateko probabilitatea?

### B 4 (gehienez 2 puntu)

Baserritar batek bere behien batezbesteko pisua,  $\mu$ , zenbatetsi nahi du. Jakin badaki, aurreko ikerketa batzuk direla medio, behien pisuak duen desbideratze tipikoa  $\sigma = 32$  kg dela. 30 behiz osatutako zorizko laginketa batean, pisuen batezbestekoa  $\bar{x} = 408$  kg da. Kalkula itzazu % 95eko eta % 99ko konfiantza-tarteak populazioaren batezbestekorako.



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

---

### GIZARTE ZIENTZIEI APLIKATURIKO MATEMATIKA II

#### **Puntuazio-sistema**

Probaren puntuazioa guztira 0 eta 10 puntu bitartekoa izango da.

Lehenengo bi problemak 0 eta 3 puntu artean baloratuko dira, eta azken biak 0 eta 2 puntu artean.

Problema batean zenbait atal badaude, atal guztiak berdin baloratuko dira.

Galdera batean erabili beharreko ebazpen-metodoa zehazten ez bada, galdera hori modu egokian ebazten duen edozein bide onartuko da.

#### **Balorazio positiboa merezi duten faktoreak**

- Planteamendu zuzenak.
- Kontzeptuak, hiztegia eta notazio zientifikoa zuzen erabiltzea.
- Zenbakizko datuak eta datu grafikoak interpretatzeko edo/eta kalkulatzeko erabiltzen diren teknika espezifikoak ezagutzea.
- Problema osorik bukatzea eta emaitzaren zehaztasuna.
- Bi emaitza soilik zenbakizko kalkuluetan erabilitako zehaztasun-mailan desberdintzen badira, biak ontzat emango dira.
- Ariketa ebaztean egindako pausoen azalpen argia.
- Aurkezpenaren txukuntasuna, bai eta unibertsitatera sartzean dagoen ikasle batek beharko lukeen heldutasuna erakusten duen beste edozein alderdi.

#### **Balorazio negatiboa merezi duten faktoreak**

- Planteamendu okerrak.
- Kontzeptuen nahasketa.
- Kalkulu-akatsen ugaritasuna (oinarrizko gabezien adierazle delako).
- Akats bakanak, hausnarketa kritiko edo sen on falta erakusten dutenean (adibidez, problema baten soluzioa -3,7 hozkailu dela esatea, edo probabilitate baten balioa 2,5 dela).
- Akats bakanak, haien ondorioz ebazitako problema hasieran proposatutakoa baino errazagoa bilakatzen denean.
- Azalpenik eza, bereziki erabiltzen ari den aldagaien esanahiarena.
- Akats ortografiko larriak, desordena, garbitasun falta, idazkera okerra, eta unibertsitatera sartzean dagoen ikasle batek izan beharko ez lukeen edozein ezaugarri desegoki.

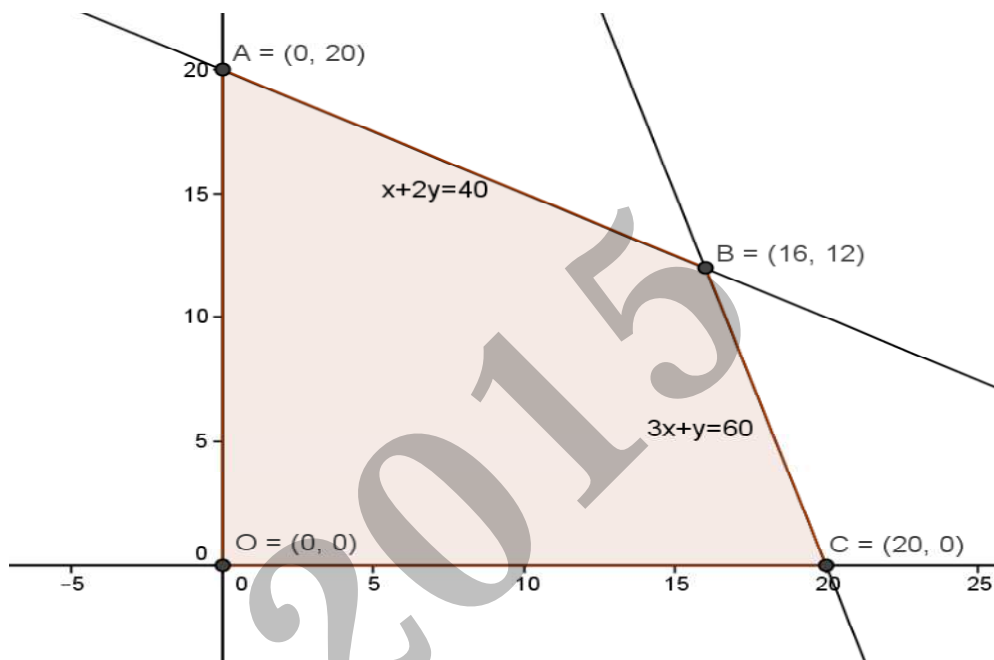
**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN  
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

**EBAZPENAK**

**A AUKERA**

**A 1** (*Programazio linealezko problema baten ariketa*)

(a) Eremuari dagokion irudia ondokoa dugu:



(b)  $F(x,y)$  funtzioaren balio maximoa  $\max F(x, y) = 156$  da eta  $B(16, 12)$  puntuan erdiesten da.  $G(x,y)$  funtzioaren balio maximoa  $\max G(x, y) = 80$  da eta  $A(0, 20)$  eta  $B(16, 12)$  puntuetan erdiesten da eta beraz,  $AB$  zuzenki osoan.

**A 2** (*Funtzio baten adierazpenaren kalkulua, bere maximoarena deribatuen bidez eta funtzioaren balioena kalkulatzeko ariketa*)

(a) Prezioa  $p = 5.5\text{€}$  bada, orduan, ikusle-kopurua  $e = 340$  izango da. Prezioa  $p = 6\text{€}$  bada, orduan, ikusle-kopurua  $e = 320$  izango da. Prezioa  $p = 6.5\text{€}$  bada, orduan, ikusle-kopurua  $e = 300$  izango da. Prezioa 50nako zentimotan emendatzen denean, ikusle-kopurua 20naka gutxitzen da, eta alderantziz, prezioa 50nako zentimotan gutxitzean, ikusle-kopurua 20naka emendatzen da

(b) Diru-sarrerak horrela kalkulatzeko dira:

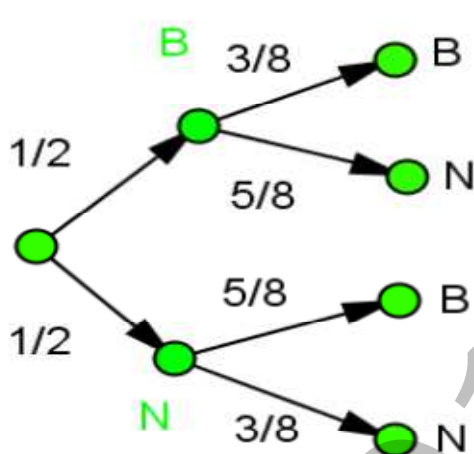
$$I = p \cdot e = (6 + 0.5x) \cdot (320 - 20x) = 1920 + 40x - 10x^2$$



**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN  
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

(c)  $I' = 40 - 20x = 0$ , hortik,  $x = 2$ ,  $p = 7\text{€}$ ,  $e = 280$ . Diru-sarrerak ondokoak ditugu:  $I = 1960\text{€}$

**A 3** (Probabilitate baten kalkulua, zuhaitz-diagramaren bidez eta probabilitate baldintzatuaren bidez ebazten dena)



a)  $p(\text{kolore\_berdina}) = \frac{3}{8}$

b)  $p(\text{bigarren\_bola\_zuria}) = \frac{1}{2}$

**A 4** (Banaketa normalaren ulermena eta erabilpena)

$N(\mu=1800, \sigma=250)$

(a) Tabletak 2200 ordu baino gehiago irauteko probabilitatea:

$$p(X \geq 2200) = 0,0548$$

(b) Tabletaren iraupena 1800 eta 2000 ordu-tartean egoteko probabilitatea:

$$p(1800 \leq X \leq 2000) = 0,2881$$

(c) Tabletak 1500 ordu baino gutxiago irauteko probabilitatea:

$$p(X \leq 1500) = 0,1151$$

(d) Zein da, %95eko probabilitatearekin, horietako tablet batentzako irautea espero daitekeen ordu-kopuru maximoa?

$$p(X \leq h) = 0,95, \quad h = 2212$$



**CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN  
ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK**

**B AUKERA**

**B 1 (Kalkulu matrizialaren ariketa)**

(a)

$$a = -2, b = 0, c = 1, d = 2$$

(b)

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \text{hortik, } A^{20} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -20 & 1 \end{pmatrix}$$

**B 2 (Funtzio baten parametroak eta azalera bat kalkulatzeko ariketa)**

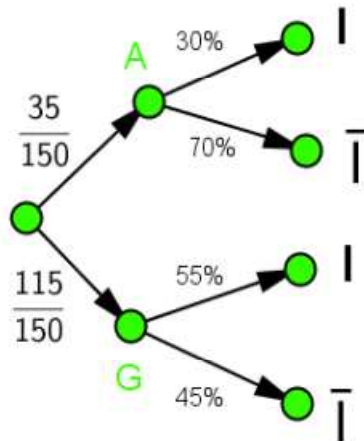
(a)  $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ ,  $\begin{cases} y'(-1) = 3 - 2a + b = 0 \\ y'(3) = 27 + 6a + b = 0 \end{cases}$

Aurreko sistematik  $a = -3$  eta  $b = -9$  ateratzen da; hortik,

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$ . Maximoa:  $(-1, 9)$ , minimoa  $(3, -23)$

(b)  $\int_0^3 (x^3 + x^2 + x + 4)dx = \frac{183}{4}$

**B 3 (Probabilitate baten kalkulua, zuhaitz-diagramaren bidez eta probabilitate baldintzatuaren bidez ebazten dena)**



a)  $p(I) = 0,23 \cdot 0,30 + 0,77 \cdot 0,55 = 0,49$

b)

$$p(A/I) = \frac{p(A \cap I)}{p(I)} = \frac{0,23 \cdot 0,3}{0,23 \cdot 0,3 + 0,77 \cdot 0,55} = \frac{0,07}{0,49} = 0,14$$



## CRITERIOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN ZUZENTZEKO ETA KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

---

**B 4** (*Populazio baten batezbestekoaren konfiantza-tartearen kalkulua. Formula egokia ezagutu eta modu zuzenean erabiltzea besterik ez da behar*)

Banaketa  $N(\mu, \sigma = 32)$  dugu, eta  $\bar{x} = 408$  da. Beraz:

$$\%95\text{eko konfiantza-tartea: } 408 \pm 1.96 \frac{32}{\sqrt{30}} = (396,55; 419,45)$$

$$\%99\text{ko konfiantza-tartea: } 408 \pm 2.58 \frac{32}{\sqrt{30}} = (392,93; 423,07)$$

2015